

DÜZ DİŞLİLERDE JANT KALINLIĞININ DİŞ KÖKÜ GERİLMELERİ ÜZERİNDEKİ ETKİSİ

Durmuş GÜNAY*, **Halil ÖZER****, **Alpay AYDEMİR***

* Sakarya Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Makina, Mühendisliği Bölümü, Esentepe-Adapazarı

** Gaziosmanpaşa Üniversitesi, Tokat Meslek Yüksek Okulu, Tokat

ÖZET

Bu çalışmada, düz dişlilerin diş kökü gerilmeleri düzlem gerilme problemi olarak sonlu elemanlar yöntemiyle analiz edilerek, dişli jant kalınlığının diş kökü gerilmeleri üzerindeki etkisi araştırılmıştır. Problemi temsil eden, sonlu elemanlara bölünecek bölgeyi elde etmek için diş profilini oluşturan bir bilgisayar programı hazırlanmıştır. Jant kalınlığının gerilmeler üzerindeki etkisini belirlemek için, tek diş modelle jant kalınlığı adım adım değiştirilerek gerilme analizi yapılmıştır. Bu incelemeye dayanarak düz dişlilerde sonlu elemanlarla gerilme analizinde sonlu eleman modeli için uygun jant kalınlığı önerilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Düz dişliler, Dişli tasarımı, Jant kalınlığı, Dişlilerde sonlu elemanlarla gerilme analizi

EFFECT OF RIM THICKNESS ON THE ROOT STRESSES OF SPUR GEAR TOOTH

ABSTRACT

In this study, root stresses of spur gear tooth are analysed as plane stress problem by the finite element method (FEM). The effects of rim thickness of spur gear on the root stresses is investigated. The computer program which produces a profile of the gear tooth for obtaining mesh region presenting the problem is prepared. In order to examine the effect of the rim thickness on the root stresses, the stress analysis is made on single tooth models varying the rim thickness in steps. On the basis of these investigations a suitable rim thickness of gear model for stress analysis by FEM is proposed.

Key Words : Spur gears, Gear design, Rim thickness, Finite element analysis of gears

1. GİRİŞ

Çalışmada, düz dişlilerde, diş kökünde doğan gerilmelerin dağılımı sonlu elemanlar yöntemiyle analiz edilmiştir. Düz dişlilerin gerilme analizinde sonlu eleman metodunu ilk kullananlar arasında; Chabert (1972), Wilcox ve Coleman (1973) ve Drago (1983) sayılabilir. Bu çalışmada, dişli jant kalınlığının diş kökü gerilmeleri üzerindeki etkisini inceleyip, buradan hareketle bir diş kökünde gerilme dağılımının belirlenmesinde, yeterli hassasiyette sonuç elde edilmesine imkan verecek, en uygun jant kalınlığı araştırıldı. Bunu belirleyebilmek için, bir dolu dişli (jant kalınlığı

dişdibi yarıçapına eşit dişli) diş gözönüne alınıp jant kalınlığını diş dibinden dişli merkezine doğru adım adım artırarak gerilme dağılımları incelendi. Çalışma yeterli hassasiyette gerilme analizi yapabilmek için sonlu eleman modelinde kullanılması gerekli minimum jant kalınlığını belirleme amacına yönelik olmakla birlikte, çalışma kapsamında jant kalınlığının diş kökü gerilmeleri üzerindeki etkisi ve ince jant kalınlıklı dişlilerde diş kökü gerilmelerinin dağılımı da belirlenmiş olmaktadır.

Günümüzde, ağırlığı küçük ve hızlı dişli kullanımına ilişkin talepler daha ince jant kalınlıklı dişlilerin

kullanımını gerektirmektedir. Jant kalınlığı ince olan dişlilerde, dişle birlikte jant da çöktüğünden bu tip dişlilerde modelleme, jant kalınlığı büyük olan dişlilerden farklı olmaktadır. Bunu göz önünde bulundurarak; Oda, Nagamura ve Ark. (1981) basit bir sonlu eleman modeli önerdiler. Ayrıca, Guillot ve Ark. (1989) ince jant kalınlıklı dişliler için; diş sayısının, dişdibi eğriliğinin, statik yüklenme şartlarının ve sınır şartlarının değişmesiyle dişkökü gerilmelerindeki değişmeyi sonlu elemanlarla incelediler. Benzer bir çalışmayı; Arai ve ark. (1981) ile Somprakit ve ark. (1989) yaptılar. Chong (1982) ise, jant kalınlığının etkisini de dikkate alan ampirik bir formül ortaya koydu.

Bu çalışmada, jant kalınlığına bağlı olarak dişkökü gerilmeleri değişimi belirlendi. Bu belirlemeye dayalı olarak, diş kökü gerilmelerinin sonlu eleman yöntemiyle analizinde en basit model yani optimum model için yeterli jant kalınlığı araştırıldı.

2. SONLU ELEMAN MODELİ

Düz dişlilerin diş kökünde doğan gerilmeler ve bunların diş kökü boyunca dağılımının sonlu elemanlar yöntemiyle analiz edildiği bu çalışmanın amacı, gerilmelerin kritik diş kökü boyunca dağılımını inceleyerek, jant kalınlığının gerilme dağılımları üzerindeki etkisini belirlemektir.

Dişlilerin imali çoğunlukla yuvarlanma metoduna dayanır. Yani, diş açılacak taslak ile dişli şeklindeki kesici takım, kesme işlemi sırasında tezgah üzerinde eş çalışan bir dişli çifti gibi hareket ettirilerek kesme işlemi yapılır. İmal edilen dişli elemanın profili bir zarf eğrisi olarak ortaya çıkar (Yücenur, 1987). Bir dişlinin sınırlarını doğru olarak tespit etmek için dişli, evolvent ve dişdibi olmak üzere iki ana bileşene ayrılır. Dişdibi geometrisinin sınırı, imalat aşamasında kullanılan kesici takıma bağlıdır. Dişlilerde en önemli bileşen dişdibi kavisidir. Bu sebeple yalnızca bu konuya özgü çalışmalar yapılmıştır (Salamon ve Ark., 1973).

Diş profilinin nihai şekli; kesici takım modülü, kavrama açısı, takım uç yarıçapı ve bunlara ek olarak dişin diş başı yüksekliği, diş taban yüksekliği ve diş sayısına bağlıdır (Savage ve Ark., 1985).

Bu çalışmada diş, kesici takım ucunda şişkinlik bulunan ve ilave bir bitirme işlemi gerektirecek alt kesme oluşturan protuberanslı takımla elde edilmiştir (Shell, 1992). Taşlama veya raspalamada, dişin profili dişdibine kadar işlenemez. Bu nedenle dişdibine yakın bir bölgede, çentik oluşturan bir

çıkıntı kalır. Bunu bertaraf etmek için, protuberanslı takımlar kullanılır (Akkurt, 1982).

Burada, dişin profilini oluşturup bir diş veya tüm dişliyi elde eden bilgisayar programı yazılarak, gerilme analizi yapan LUSAS paket programının başına eklenmiştir. Sonlu eleman ağ üretimi ve gerilme analizi LUSAS yazılımı ile gerçekleştirilmiştir.

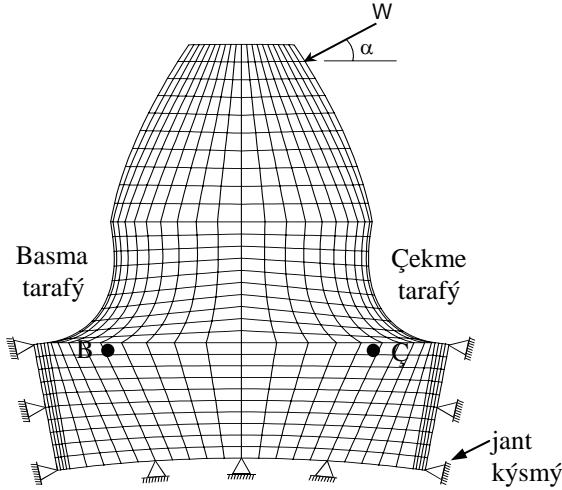
Dişlinin geometrisi ve malzeme özellikleri : Modül $m = 25.4$ mm, diş sayısı $z = 20$, dişbaşı yüksekliği $h_a = 1$ m, diş taban yüksekliği $h_b = 1.25$ m ve dişdibi eğriliği $r_f = 0.38$ m'dir. Malzeme sabitleri elastisite modülü $E = 207$ GPa ve poisson oranı $\nu = 0.3$ 'tür. Diş genişliği F boyunca yük dağılımı ise $W/F = 175.10^{-3}$ N/mm'dir. Dişlilerle ilgili geometri ve yüklenme verileri literatürden alınmıştır (Richard ve ark., 1989). Bu çalışmada bütün boyutlar mm cinsindedir. m sembolü modülü göstermektedir.

Tekil yükün statik olduğu ve diş ucuna etkidiği kabul edilmiştir. Kavrama doğrusu boyunca diş ucuna etkiyen W yükü, yükün diş gelme açısı α 'ya bağlı olarak, radyal ve teğetsel bileşenlere ayrıldı. Yükün teğetsel bileşeni $W_t = W \cos \alpha$ radyal bileşeni ise, $W_r = W \sin \alpha$ şeklindedir.

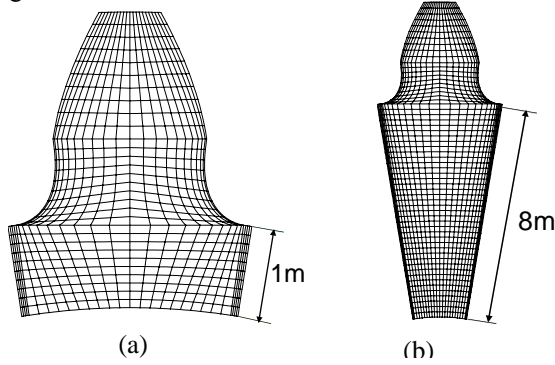
Gerilme analizi Şekil 1'de gösterilen tek diş modelle, jant kalınlığı 1m, 2m, ..., 8 m'e kadar adım adım (bire modül) artırılarak yapılmıştır (Şekil 2). Sonlu eleman analizinde sekiz düğümlü dörtgen sonlu elemanlar kullanıldı.

Diş kökünde σ_1 için kritik noktanın bulunmasında AGMA, LEWIS parabol yönteminden, DIN ise HOFER'in teğet metodundan yararlanmaktadır.

Sonlu eleman analizinde ise diş kökünde incelenecek gerilmenin (örneğin, maksimum gerilme, eşdeğer gerilme) en büyük olduğu nokta ve koordinatları kolayca bulunabilmektedir.



Şekil 1. Jant kalınlığı 1m olan diş ve sonlu eleman ağı

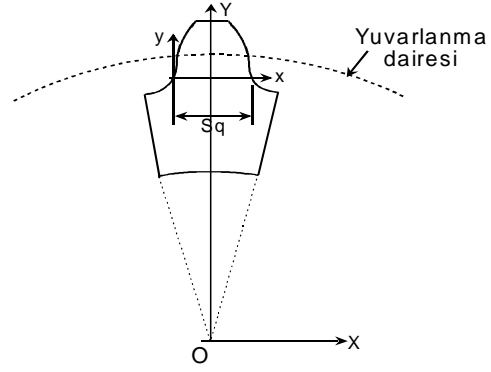


Şekil 2. Tek diş modelde sonlu eleman ağı a) jant kalınlığı 1m b) jant kalınlığı 8m

Diş; bu noktadan, noktanın koordinatı $y = \text{sabit}$, doğrusu ile kesilerek S_q kritik kesiti tayin edilmektedir.

Modelde diş sayısı 3-fazla alındığında yüklemenin yapıldığı dişin diş kökü gerilmelerinde değişim olmadığı önceki bir çalışmamızda (Günay ve ark. 1996) belirlenmiştir. Bu belirlemeye dayalı olarak 3 dişten oluşan modelde geometri, yükleme durumu ve sınır şartları sabit kalmak üzere jant kalınlığı 3m den büyük alındığında diş kökü gerilmelerinin değişmediği görülmüştür. Bu sebeple, jant kalınlığı 3m ve yükün ortadaki dişliye uygulandığı üç dişten oluşan modelde elde edilen sonlu eleman sonuçları referans kabul edilerek tek diş modelden elde edilen sonuçlarla karşılaştırılmıştır.

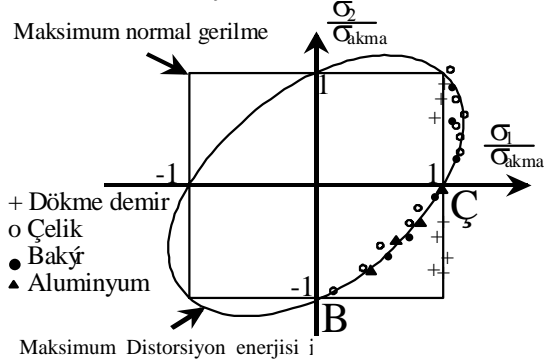
Şekil 3'de görüldüğü gibi x ve y ile X ve Y eksen takımları yerleştirilmiştir. Gerilme grafiklerinde, x ekseninde diş kökü uzunluğu, y ekseninde ise gerilmeler gösterilmiştir.



Şekil 3. Kritik diş kökü ve kullanılan eksen takımları.

3. GERİLME ANALİZİ

Problem bir düzlem gerilme (plane stress) problemi olarak analiz edilmiştir.



Şekil 4. Akma ve kırılma kriterlerinin deneysel sonuçla karşılaştırılması

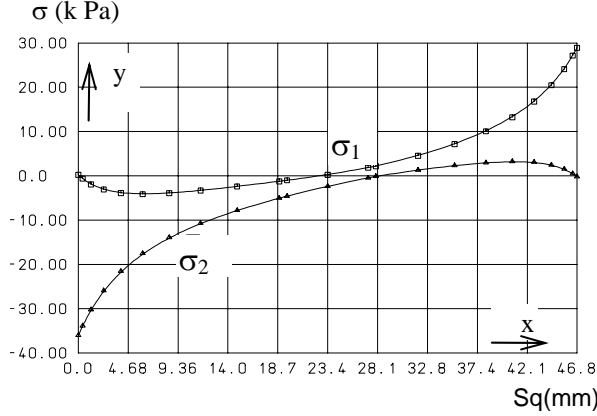
Asal gerilmelerin σ_1 (σ_{\max}) ve σ_2 (σ_{\min}) diş kökü boyunca değişimleri Şekil 5'te gösterilmiştir. Maksimum gerilme σ_{\max} basma tarafında sıfır değerinden başlamakta ve tam diş kökünün orta noktasında ($x = 23.4$ mm) sıfırdan geçmektedir. Minimum gerilme σ_{\min} ise diş kökü ortasının çekme tarafına yakın bir yerde ($x = 28.1$ mm) sıfırdan geçmekte ve çekme tarafındaki diş kökünde tekrar sıfır olmaktadır.

Kayma gerilmesi τ_{xy} ve maksimum kayma gerilmesi τ_{\max} 'ın değişimleri Şekil 6'da gösterilmiştir. Her iki kayma gerilmesi de basma tarafında, çekme tarafından daha büyük değerler almaktadırlar.

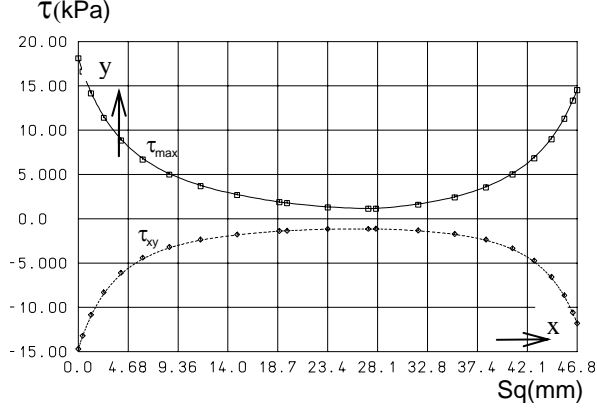
Eşdeğer gerilme (von Mises gerilmesi) σ_E 'nin diş kökü boyunca değişimi Şekil 8'de gösterilmiştir. Eşdeğer gerilme (von Mises gerilmesi) σ_E nin diş kökü boyunca değişimi Şekil 8 de gösterilmiştir. Düzlem gerilme hali için eşdeğer gerilmenin ifadesi

$$\sigma_E = [\sigma_x^2 - \sigma_x\sigma_y + \sigma_y^2 + 3\tau_{xy}^2]^{0.5}$$

şeklinde verilmiştir. Eşdeğer gerilme de basma tarafında çekme tarafından daha büyük bir değer almaktadır.



Şekil 5. Maksimum ve minimum gerilmelerin diş kökü boyunca (x-ekseni) değişimleri



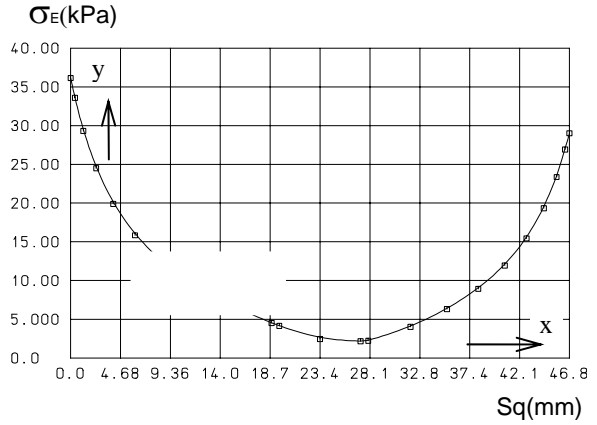
Şekil 6. Düzlem kayma gerilmesi τ_{xy} ve maksimum kayma gerilmesinin diş kökü boyunca (x-ekseni) değişimleri

İki eksenli gerilme hali $\sigma_3=0$ için; Mises kriterinden (distorsyon enerjisi kriteri) elde edilen elips ile maksimum normal gerilme teorisinden elde edilen kare Şekil 4 te gösterilmiştir. Sünek malzemelerden (yumuşak çelik, bakır, alüminyum v.b.) elde edilen deneysel sonuçlarla en iyi uygunluk gösteren kriter Mises kriteri, gevrek malzemeler (dökme demir v.b.) için maksimum normal gerilme kriteri olduğu bilinmektedir (Shames, 1989).

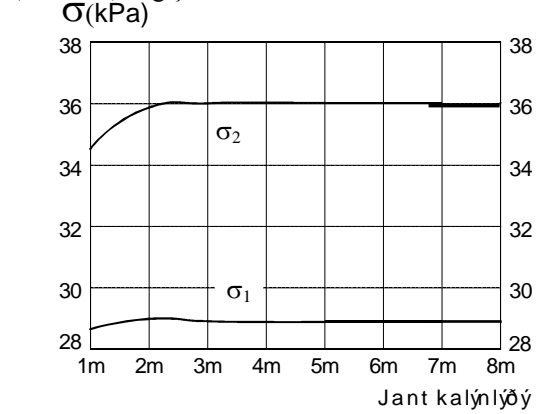
Dişli kökünde, B ve Ç noktalarında (Şekil 1) doğan maksimum gerilmelere (σ_1, σ_2) dikkat edilirse (Şekil 5), σ_1 in maksimum olduğu noktada (Ç noktası) σ_2 sıfır civarında, σ_2 nin maksimum olduğu noktada (B noktası) σ_1 sıfır civarında olmaktadır. Gerilme dağılımına dikkat edilirse; dişte doğan gerilmeler von Mises elipsinin içerisinde kalacaktır. Dolayısıyla dişli malzemesi ister sünek, isterse

gevrek olsun dişli tasarımında von Mises kriteri kullanılması uygundur.

Jant kalınlığına göre maksimum asal gerilme σ_1 , ve minimum asal gerilme σ_2 ' nin değişimleri Şekil 8'de gösterilmiştir.



Şekil 7. Eşdeğer gerilme σ_E nin diş kökü boyunca (x-ekseni) değişimi



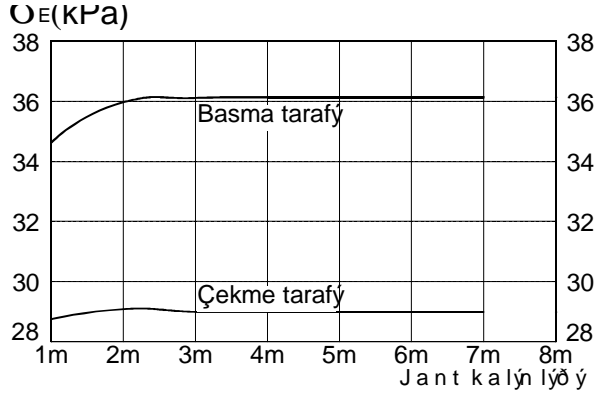
Şekil 8. Maksimum ve minimum gerilmelerin jant kalınlığına göre değişimleri

Bu grafik, σ_2 gerilmesinin mutlak değeri gözönüne alınarak çizilmiştir.

Jant kalınlığının artması ile eşdeğer gerilme (σ_E) ve asal gerilmelerde (σ_1, σ_2) artma görülmektedir. Çekme tarafında eşdeğer ve asal gerilmelerdeki artış 2m jant kalınlığında maksimum değerine ulaşmaktadır. Jant kalınlığı 3 m'e eşit veya daha büyük alındığında diş kökünde doğan gerilmeler sabit kalmakta ve dolu dişin gerilme değeri ile aynı olmaktadır (Şekil 8 ve 9).

Çekme tarafında; jant kalınlığı 1m'den 2 m'e yükseldiğinde σ_{max} % 1.15, σ_E ise % 1.176 artmaktadır. Basma tarafında jant kalınlığı 1 m'den 2 m'e arttığında σ_E % 3.912 artmakta, 3m e çıkarıldığında ise σ_E % 4.314 artmaktadır.

Jant kalınlığı 1m alındığında çekme tarafında σ_{max} ve σ_E , basma tarafında ise σ_2 ve σ_E birbirine eşit olmaktadır. Jant kalınlığı 3 m'e eşit veya daha büyük alındığında, hem çekme hem de basma tarafında eşdeğer gerilme bileşeni, asal gerilmelerden % 0.28 daha büyük olmaktadır.



Şekil 9. Eşdeğer gerilmenin çekme ve basma tarafında jant kalınlığına göre değişimleri
Jant kalınlığının değişmesiyle birlikte sözkonusu sınır şartında σ_1 ve σ_E 'nin en büyük olduğu noktanın koordinatları aynı kalmaktadır.

Çekme ve basma tarafında dış kökünde oluşan gerilmeler jant kalınlığı 3 m olduğunda sabit kalmakta ve jant kalınlığının artmasıyla eşdeğer gerilme ve asal gerilmelerde herhangi bir değişme görülmemektedir.

Dolayısıyla dolu dişlinin sonlu elemanlarla gerilme analizinde söz konusu sınır şartı ve diş geometrisi için jant kalınlığının 3 m olması yeterlidir.

Uygulamada maksimum gerilme, nominal gerilmelerin daha fazla etkileri kapsayan katsayılarla çarpılması suretiyle elde edilmekte olup jant kalınlığının etkisi genelde dikkate alınmamaktadır.

Benzer şekilde σ_{max} 'ın hesaplanmasında jant kalınlığının etkisini de içeren amprik formüller de sayı itibariyle sınırlıdır (Chong, 1982).

Sonlu elemanlarla değişik jant kalınlıkları için elde edilen çözümlerden görüldüğü gibi dış kökünde oluşan gerilmelere jant kalınlığı etkili olmaktadır.

Dişin kompleks geometriye sahip olması, jant kalınlığının gerilmeler üzerinde etkili olması sonlu elemanlar metodu dişlilerin gerilme analizi için çok elverişli bir yöntemdir.

Tek diş modelle (Şekil 1) yapılan gerilme analizinde elde edilen σ_1 ve σ_E gerilme değerleri, her zaman 3

dişten oluşan modelden elde edilen σ_1 ve σ_E gerilme değerlerinden % 0.5 daha büyük çıkmaktadır (Günay ve ark., 1996).

4. SONUÇLAR

1. Söz konusu diş geometrisi ve sınır şartı için tek dişten oluşan modelin kullanılmasıyla değişik jant kalınlıkları için sonlu elemanlarla gerilme analizi yapıldı. Dış jant kalınlığının değişmesiyle dış kökünde oluşan gerilmelerin değiştiği görüldü.
2. Tek diş modelden elde edilen gerilme değerleri ile üç diş modelden elde edilen gerilme değerleri arasında % 0.5 fark olmaktadır. Dolayısıyla dişlilerin sonlu elemanlarla gerilme analizinde tek diş modelin yeterli olduğu sonucuna varılabilir.
3. Jant kalınlığı 2 m'e eşit veya daha büyük alındığında eşdeğer gerilme, asal gerilmelerden (σ_1 ve σ_2) daha büyük olmaktadır.
4. Jant kalınlığı 3 m'den büyük alındığında çekme ve basma tarafında oluşan gerilmeler değişmemektedir. Dolayısıyla dolu dişlinin sonlu elemanlarla gerilme analizinde kullanılan diş geometrisi ve sınır şartı için jant kalınlığının 3m alınması yeterlidir. Buna göre dolu dişlinin analizinde, jant kalınlığı 3 m, sabit mesnetli ve bir dişten oluşan model en elverişli model olmaktadır.
5. Dişin kompleks geometriye sahip olması ve jant kalınlığının gerilmeler üzerinde önemli bir etkiye sahip olması, sonlu elemanlar yöntemini diğer analitik yöntemlere üstün kılmaktadır.
6. Dişli tasarımında malzeme ne olursa olsun en uygun kriter von Mises kriteridir.

5. KAYNAKLAR

- Akkurt, M. 1982. Makina Elemanları, Cilt II, Birsen Yayınevi.
- Arai, N., Harad, S. and Aida, T. 1981. Research on Bending Properties of Spur Gears with a Thin Rim, Bulletin of the JSME, 24 (195).

Chabert, G. 1972. An Evaluation of Stresses and Deflection of Spur Gear Teeth Under Strain, ASME Publication Number: 72-PGT-27.

Chong, T. H. 1982. Jap. Soc. Mech. Eng., 48 (432), 1279.

Drago, J. R. 1983. Results of An Experimental Program Utilized to Verify a New Gear Tooth Strength Analysis, AGMA Technical Paper Number p 229.27.

Günay, D., Özer, H. ve Aydemir, A. 1996. Düz Dişlilerde Dişkökü Gerilmelerinin Sonlu Elemanlar Yöntemiyle Analizi, II. Ulusal Hesaplamalı Mekanik Kongresi, Trabzon.

Gulliot, M., Tordion, G.V. 1989. Stress Analysis of Thin-Rim Spur Gears by Finite Element Method, Proceeding of the 1989 International Power Transmission and Gearing Conference, Vol. 2.

Oda, S., Nagamura, K. and Aoki, K. 1981. Stress Analysis of Thin Rim Spur Gears by Finite Element Method, Bulletin of The Japanese Society of Mechanical Engineers, 24 (193) 1273-1280.

Richard, M. J., Pare, D. and Cardou, A. 1989. Computer Implementation of An Optimal Conformal Mapping for Gear Tooth Stress Analysis, J. Mechanisms, Transmission, and Automation in Design, Vol 111/297, June.

Salamon, C. and Suchy, M. 1973. Computation of Helical or Spur Gear Fillets, Mechanisms and Machine Theory, Vol 8, pp 305-323.

Savage, M. and Knorr, R. J. 1985. Computer Modelling of Rack-Generated Spur Gears, Mechanisms and Machine Theory, 20 (4) 351-360.

Shames, I. H. 1989. Introduction to Solid Mechanics, Prentice Hall, New Jersey.

Shell, D. J. 1992. Finite Element Modelling Spur and Helical Gears in Contact, SAE Technical Paper Series, The Engineering Society for Advancing Mobility Land Sea Air and Space, 922440, pp 1-7,

Somprakit, P. Pourazady, M. and Huston, R. L. 1989. Effect of Fitting Parameters on Spur Gear Stresses, **Proceeding of the 1989 International Power Transmission and Gearing Conference**, Vol. 2.

Wilcox, L., Coleman, W., 1973. Application of Finite Elements to The Analysis of Gear Tooth Stresses, ASME Journal of Engineering for Industry, 95 (4) 1139-1148.

Yücenur, S. 1987. Dişli Elemanlarının Diş Profillerinin Bilgisayar Yardımıyla Çizimi, İTÜ Dergisi, 44 (3-4).