

Bankacılık Sektöründe Verilerde Ölçüm Hatası Olması Durumunda Regresyon Modellerinin Tahmin Edilmesi^(*)

Taner ERSÖZ^(**)

Öz: Bu çalışmada, açıklayıcı değişkenlerde ölçüm hata olması durumunda regresyon parametrelerinin tahmin edilmesi amaçlanmıştır. Çalışmada istatistiksel analizler için Bankacılık Düzenleme ve Denetleme Kurulu' nun Türk Bankacılık Sektöründe faaliyet gösteren mevduat, katılım, kalkınma ve yatırım bankalarının raporladığı bilgilerin 2003-2018 yılları arasında Mart, Haziran, Eylül ve Aralık aylarına ait veriler kullanılmıştır. Verilerin enflasyon etkisini minimize etmek için dolar değerleri alınmıştır. Regresyon parametrelerini tahmin etmek için, en küçük kareler yöntemi, gruplama yöntemlerinden iki grup yöntemi ve üç grup yöntemiyle bulunan parametrelerin katsayıları hesaplanmış ve hangi yöntemin en iyi sonuç verdiği araştırılmıştır. Çalışma sonucunda üç grup yönteminin diğer yöntemlerden daha iyi sonuç verdiği görülmüştür. Çalışmada ayrıca çoklu regresyon modeli ile değişkenler arasındaki ilişki fonksiyonel olarak ortaya çıkarılmıştır.

Anahtar Kelimeler: Ölçüm hataları, parametre tahminleri, en küçük kareler yöntemi, iki grup yöntemi, üç grup yöntemi, çoklu doğrusal regresyon modeli

Estimation of Regression Models in the Case of Measurement Error in the Banking Sector

Abstract: In this study, it is aimed to estimate the regression parameters in case of measurement error in explanatory variables. In the study, data of March, June, September and December between the years 2003 and 2018 were used for the statistical analysis. Dollar values were taken to minimize the inflation effect of the data. To estimate the regression parameters, the least squares method, two group method and three group method were used to calculate the coefficients of the parameters. As a result of the study, it was seen that the three group methods gave better results than the other methods. In the study, the relationship between the multiple regression model and the variables was found to be functional.

Keywords: Measurement errors, parameter estimations, least squares method, two group methods, three group methods, multiple linear regression model.

Makale Geliş Tarihi: 08.08.2018

Makale Kabul Tarihi: 26.12.2018

I.Giriş

Dünya bankacılık sektöründe dijitalleşme ve verilerin etkin kullanımını rekabetçi büyüme stratejilerinin temel bileşeni olarak görmektedir. 2017 yılıyla beraber gelen dünyadaki büyüme trendi beklenen düzeyde olmasa da ekonomik büyüme devam etmektedir. Dünya bankacılık sektörü ana sermaye yeterlilik oranı da 2009 yılından bu

*) Yüksek Lisans tezinden üretilmiştir.

***) Dr. Öğr. Üyesi, Karabük Üniversitesi İşletme Fakültesi Aktüerya ve Risk Yönetimi Bölümü (e-posta: tanerersoz@karabuk.edu.tr)

yana artan bir seyir izlemektedir (KPMG, 2019; TIM, 2018). Bu durum Dünya bankacılık sektörünün gelişmeye devam ettiğini gösteren en önemli ekonomik göstergelerden biridir. Tablo 1’de Dünya’ da küresel ekonomik göstergelerin büyüme hızları verilmiştir.

Tablo 1. Dünya’da Küresel Ekonomik Göstergeler

| Küresel Ekonomik Göstergeler | 2016 | 2017 | 2018 | 2019 |
|---------------------------------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| Büyüme hızı (%) | | | | |
| Dünya | 3,2 | 3,8 | 3,9 | 3,9 |
| Gelişmiş ülkeler | 1,7 | 2,3 | 2,5 | 2,2 |
| Gelişmekte olan ülkeler | 4,3 | 4,8 | 4,9 | 5,1 |
| Ticaret hacmi (%) | 2,4 | 4,9 | 5,1 | 4,7 |
| Enflasyon (%) | | | | |
| Dünya | 3,0 | 3,2 | 3,5 | 3,4 |
| Gelişmiş ülkeler | 1,5 | 1,7 | 2,0 | 2,0 |
| Gelişmekte olan ülkeler | 4,2 | 4,3 | 4,6 | 4,4 |
| Kamu borç stoku/GSYH (%) | | | | |
| Gelişmiş ülkeler | 106 | 104 | 103 | 102 |
| Gelişmekte olan ülkeler | 47 | 79 | 51 | 53 |
| Emtia fiyat endeksi (2005=100) | 100 | 116 | 129 | 125 |

Kaynak: (TIM, 2018)

Bu küresel yönelim Türkiye ekonomisinde de olumlu bir seyir izlenebileceğini göstermektedir. Özellikle son dönemlerde cari açığı büyüme, enflasyondaki artış, kur ve döviz artışları nedeniyle baskı altında olan Türk bankacılık sektörünün, bu stratejiler sayesinde zorlu dönemlerini geride bırakması beklenmektedir. Tablo 2’de Türkiye’deki temel ekonomik büyüklüklerin tahminleri verilmektedir.

Tablo 2. Türkiye’deki Temel Ekonomik Büyüklükler

| | 2018 | 2019 | 2020 |
|----------------------------|-------------|-------------|-------------|
| GSYH (Reel Büyüme) | 5,5 | 5,5 | 5,5 |
| Cari işlemler dengesi/GSYH | -4,3 | -4,1 | -3,9 |
| Enflasyon | 7,0 | 6,0 | 5,0 |
| İşsizlik oranı | 10,5 | 9,9 | 9,6 |

| | | | |
|---------------------------------|------|------|------|
| Kamu kesimi dengesi/GSYH | -1,0 | -0,4 | 0,2 |
| Kamu faiz dışı dengesi/GSYH | 0,2 | 0,5 | 1,1 |
| AB tanımlı kamu borç stoku/GSYH | 28,5 | 28,0 | 27,5 |

Kaynak: (TBB, 2018)

Türk Bankacılık Sektörü, sürekli gündemde ve ülke ekonomisi için oldukça belirleyici bir sektördür (Ünsal & Güler, 2016). BDDK verilerine göre Türk bankacılık sektörünün temel büyüklükleri; kredi, menkul kıymetler, mevduat, öz kaynaklar ve net dönem kârıdır. Finansal ani değişimlere belirli bir periyotla karşılaşılması nedeniyle bankacılık sektöründeki kârlılık ve verimlilik oranların yüksek olması gerekir (Freixas ve Rochet, 1997)'nin de belirttiği gibi Bankacılık sektöründeki kârlılık, 21. yüzyılda değerlendirilmesi gereken en önemli ekonomik etkenler arasındadır. Bankacılık sisteminin güçlü, kârlı ve verimli olması ülke ekonomisinin krizlere karşı dayanıklı olmasına, ülke ekonomisinin büyümesine ve istihdamın artmasına yardımcı olur (Öztürk, 2016).

Her bilimin amacı, araştırma konusuna giren olayları tanımlamak ve açıklamaktır. Bilim ayrıca olay/olgu ve kullanılan değişkenler arasında da nedensellik ilişkisi aramaktadır. Regresyon analizinde, iki ya da daha çok değişkenin yer aldığı istatistiksel modellerde değişkenlerden biri ya da birkaçının, diğer bir ya da birkaç değişkeni ne ölçüde etkilediği incelenir. Eğer değişkenler arasında ilişki varsa, ilişkinin derecesi matematiksel bir fonksiyon olarak ortaya konur. Bu fonksiyona regresyon modeli denir. Regresyon analizi; bağımsız değişkenler ($X_1, X_2 \dots X_n$) ile bağımlı değişken (Y)'deki değişimi açıklamayı hedefler (F. Ersöz & Ersöz, 2018).

Literatürde bilinen doğrusal (lineer) regresyon modelinde bağımsız değişkenin (açıklayıcı) modelin ölçüm hatasının olmadığı varsayılır. Açıklayıcı değişkende ölçüm hatası olması durumunda regresyon modeline değişkenlerde hata modeli denilmektedir. Açıklayıcı değişkende ölçüm hatası olduğu zaman, klasik doğrusal regresyon modelindeki açıklayıcı değişkenin hata terimi ile ilişkisiz olması varsayımı bozulmakta ve bunun sonucu olarak farklı yöntemler ile bulunan parametre tahminleri yanlış ve tutarsız bulunmaktadır (T. Ersöz, 1993).

Regresyon modelinde anakütle hata terimi ϵ için genel varsayımlar vardır. Basit doğrusal regresyon modeli için bu varsayımların sağlanması gereklidir. Bu varsayımlardan biri "Regresyon modelinde hataların beklenen değeri sıfırdır".

$$Y = \beta_0 + \beta_1 x + e$$

olduğunu varsayalım. Açıklayıcı değişkenlerde hata olması durumunda x ve y yerine gözlemlenen değerler,

$$X = x + u, \quad Y = y + v$$

olsun. Burada u ve v ölçüm hataları, x ve y sistematik bileşenlerdir.

Hem u, hem de v'nin aşağıdaki varsayımları sağladığını kabul ediyoruz:

1. Hata terimlerinin beklenen değerleri sıfırdır: $E(u) = 0$ ve $E(v) = 0$ 'dır.
2. Hata terimlerinin varyansları sabittir: $E(u^2) = \sigma_u^2$ ve $E(v^2) = \sigma_v^2$ 'dir.
3. Hata terimleri ardışık bağımsızdır: $E(u_i u_j) = 0$ ve $E(v_i v_j) = 0$ ($i \neq j$ için)'dir.
4. Değişkenlerdeki ölçüm hataları, değişkenlerin gerçek değeri ile ilişkili değildir: $cov(u, x) = cov(v, y) = cov(u, y) = cov(v, x) = 0$;
5. $E(xu) = E(vy) = E(uy) = E(vx) = 0$ 'dır.
6. e hata terimi, x gerçek değerinden bağımsızdır: $E(ex) = 0$ 'dır.
7. İki hata terimi birbirinden bağımsızdır, $cov(u, v) = 0$, $E(uv) = 0$ 'dır.

Gözlemlenen x ve y değerleri gerçek ilişkide yerine konulursa,

$$Y - v = \beta_0 + \beta_1(X - u) + e$$

ya da

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X + w \quad (1)$$

elde edilecektir. Burada ölçülen terimi $w = e + v - \beta_1 u$ olur. (1) ile verilen model bir açıklayıcı değişken olması durumunda değişkenlerde hata modelidir.

β_1 ve σ_u^2 sıfır olamayacağından $cov(w, X) \neq 0$ 'dır. Yani, modeldeki w hata terimi ile x açıklayıcı değişkeni bağımsız değildirler. Bu durumda en küçük kareler yönteminin varsayımlarından biri bozulmuş olmaktadır. Buna rağmen en küçük kareler yöntemini kullanarak parametreler tahmin edilirse yanlış ve tutarsız olduğu aşağıdaki gibi gösterilir:

(1)'deki modelde hata kareler toplamı,

$$Ew^2 = \sum(Y - \beta_0 - \beta_1 X)^2$$

dir. Bu toplamı en küçük yapan b_0 ve b_1 değerlerini bulmak için alınan kısmi türevler,

$$\frac{\partial \sum w_i^2}{\partial \beta_0} = 2 \times \sum_{i=1}^n (Y_i - b_0 - b_1 X_i)(-1) = 0$$

$$\frac{\partial \sum w_i^2}{\partial \beta_1} = -2 \times \sum_{i=1}^n (Y_i - b_0 - b_1 X_i)(-X_i) = 0$$

dir. Bu türevlerden elde edilen normal denklemler,

$$\sum_{i=1}^n Y_i = n b_0 + b_1 \sum_{i=1}^n X_i$$

$$\sum_{i=1}^n X_i Y_i = b_0 \sum_{i=1}^n X_i + b_1 \sum_{i=1}^n X_i^2$$

dir. Bu normal denklemlerin çözümünde β_1 parametresinin tahmini,

$$b_1 = \frac{n \sum_{i=1}^n X_i Y_i - \sum_{i=1}^n X_i \sum_{i=1}^n Y_i}{n \sum_{i=1}^n X_i^2 - (\sum_{i=1}^n X_i)^2}$$

olarak elde edilir. Burada Y_i 'nin değeri yerine konularak,

$$b_1 = \frac{n \sum_{i=1}^n X_i (\beta_0 + \beta_1 X_i + w_i) - \sum_{i=1}^n X_i \sum_{i=1}^n (\beta_0 + \beta_1 X_i + w_i)}{n \sum_{i=1}^n X_i^2 - (\sum_{i=1}^n X_i)^2}$$

$$b_1 = \frac{n \beta_0 \sum_{i=1}^n X_i + n \beta_1 \sum_{i=1}^n X_i^2 + n \sum_{i=1}^n X_i^2 w_i - \sum_{i=1}^n X_i (n \beta_0 + \beta_1 \sum_{i=1}^n X_i + \sum_{i=1}^n w_i)}{n \sum_{i=1}^n X_i^2 - (\sum_{i=1}^n X_i)^2}$$

$\sum_{i=1}^n w_i = 0$ olduğundan,

$$b_1 = \frac{n \beta_0 \sum_{i=1}^n X_i + n \beta_1 \sum_{i=1}^n X_i^2 + n \sum_{i=1}^n X_i^2 w_i - n \beta_0 \sum_{i=1}^n X_i - \beta_1 (\sum_{i=1}^n X_i)^2}{n \sum_{i=1}^n X_i^2 - (\sum_{i=1}^n X_i)^2}$$

ve

$$b_1 = \beta_1 + \frac{n \sum_{i=1}^n X_i w_i}{n \sum_{i=1}^n X_i^2 - (\sum_{i=1}^n X_i)^2} \quad (2)$$

bulunur. $cov(w, X) \neq 0$ olduğundan, $\sum_{i=1}^n X_i w_i \neq 0$ olacaktır. Bunun sonucunda $E(b_1) \neq \beta_1$ elde edilecektir. Yani b_1 , β_1 'in yanlış bir tahmin edicisidir. (2) ifadesi yeniden yazılırsa,

$$b_1 = \beta_1 + \frac{n \sum_{i=1}^n X_i w_i / n}{(n \sum_{i=1}^n X_i^2 - (\sum_{i=1}^n X_i)^2) / n}$$

ya da olasılık limiti,

$$plimb_1 = \beta_1 + \frac{cov(X_i, w_i)}{var(X_i)} \quad (3)$$

dir. $cov(X_i, w_i) = -\beta_1 \sigma_u^2$ dir. $X_1 = x_1 + u_1$ ve $E(Xu) = 0$ olduğundan $var(X_1) = \sigma_x^2 + \sigma_u^2$ dur. Bu değerler (3)'de yerine konulursa,

$$plimb_1 = \beta_1 + \frac{\beta_1 \sigma_u^2}{\sigma_x^2 + \sigma_u^2} \quad (4)$$

ya da

$$plimb_1 = \frac{\beta_1}{1 + \frac{\sigma_u^2}{\sigma_x^2}} \quad (5)$$

elde edilir. Bu ifade $\frac{\sigma_u^2}{\sigma_x^2}$ 'in pozitif ve $(1 + \frac{\sigma_u^2}{\sigma_x^2})$ 'nin birden büyük olmasından dolayı β_1 'in olduğundan daha küçük tahmin edileceğini göstermektedir. Bu durumda b_1 'e aşağı doğru yanlıdır denir, β_0 'in en küçük kareler tahmin edicisi b_0 ,

$$b_0 = \bar{Y} - b_1 \bar{X}$$

dir. Bu ise en küçük kareler tahmin edicisinin β_0 'ı olduğundan daha büyük tahmin edeceğini göstermektedir. Bu durumda b_0 yukarı doğru yanlıdır denir.

$$\lambda = \frac{\sigma_u^2}{\sigma_x^2 + \sigma_u^2}$$

yazılırsa, β_1 en küçük kareler tahmin edicisinin yanı $\beta_1\lambda$ olacaktır. (5) no'lu eşitlikte $n \rightarrow \infty$ iken b_1 'in β_1 'e yaklaşmadığını yani b_1 'in asimptotik olarak yanlı ve dolayısıyla tutarsız olduğunu göstermektedir.

Açıklayıcı değişkenlerde hata olduğu durumda parametrelerin tahmininde bu hataların neden olduğu değişimlerde dikkate alınmalıdır. Bu soruna klasik yaklaşımlar en küçük kareler ve en çok olabilirlik yöntemleridir. Her iki yönteminde ortak yanı, bu değişimler hakkında ek ön bilgi olmadıkça tutarlı sonuçlar vermemeleridir (T. ERSÖZ, 1993).

II. Literatür

Alihodzic ve Ekşi (2018) çalışmasında, Bosna-Hersek, Hırvatistan ve Sırbistan'daki büyüme oranlarını ve Türkiye'deki kredi politikalarını etkileyen faktörleri çoklu regresyon analizi ile incelemiştir. Verilerin analizinde kredi büyüme oranı bağımlı değişken iken, tahsili gecikmiş alacakların oranı, mevduatın büyüme oranı, öz kaynakların iadesi ve gayri safi yurtiçi hasıladaki reel büyüme oranı bağımsız değişkenler olarak kullanılmıştır. Çalışma sonucunda kredi oranı ile tüm ülkeler için gözlemlenen kredi büyüme oranı arasında negatif yönde bir ilişki ve ekonomik büyüme ile bankaların kredi büyümesi arasında pozitif bir ilişki olduğu görülmüştür (Alihodžić & Ekşi, 2018).

Fernandes vd. (2018) çalışmasında, Avrupa devlet bankalarının risk faktörlerinin 2007-2014 dönemleri arasındaki performanslarına etkisi araştırılmıştır. Banka verimlilik oranlarını hesaplamak için veri zarflama analizi kullanılmış ve performans etkilerini belirleme için Bootstrapped (yeniden örnekleme) Truncated (kesikli) Regresyon yöntemi kullanılmıştır. Çalışma sonucunda, likidite ve kredi riskinin bankaların verimliliğini negatif yönde etkilerken, sermaye ve kar riskinin performansları pozitif yönde etkilediği belirlenmiştir (Fernández-Muñiz, Montes-Peón, & Vázquez-Ordás, 2009).

Phan vd. (2018) çalışmasında, 2004-2014 dönemlerinin verileri kullanılarak Hong Kong'da bankacılığın maliyet etkinliği veri zarflama ve regresyon analizi ile araştırılmıştır. Çalışmada bankanın büyüklüğü ve GSYH büyümesinin verimlilikle pozitif yönde bir ilişkisi varken, gelir çeşitlendirilmesi ve enflasyonun verimlilikle negatif yönde bir ilişkisi olduğu görülmüştür (Phan, Anwar, & Alexander, 2018).

Jawadi vd. (2017) çalışmasında, dört kıtada bulunan 12 İslami bankanın 2007-2016 arasındaki verileri kullanılarak coğrafik ortamın bankalar üzerindeki etkisi araştırılmıştır. Çalışmanın analizinde temel bileşenler analizi, panel veri testleri ve kuantil regresyon yöntemleri kullanılmıştır. Çalışma sonucunda İslami bankaların performansının bölgelere göre değiştiği, coğrafik bölgenin İslami bankacılığı önemli düzeyde etkilediği görülmüştür (Jawadi, Jawadi, Idi, Ben, & Louhichi, 2017).

Sufian (2017) çalışmasında, Malezya'da ekonomik küreselleşmenin bankacılığa olan etkisini araştırmıştır. Çalışmada öncelikle 1999-2012 dönemi verileri kullanılarak

bankaların etkinliği veri zarflama analizi ile belirlenmiş ve küresel etkiler regresyon analizi ile değerlendirilmiştir. Çalışma sonucunda elde edilen bulgular, Malezya bankacılık sektöründe faaliyet gösteren bankaların verimliliğinin belirlenmesinde politik ve küreselleşmenin önemini ortaya koymaktadır (Sufian, Kamarudin, & Nassir, 2017).

Onen ve Tunik (2017) çalışmasında, 2005-2014 verilerini kullanarak veri zarflama analizi ve panel veri regresyon analizi ile Türk bankacılık sektörünün verimliliği analiz edilmiştir. Çalışma sonucunda finansal krizin, bankaların finansal kaynaklarını yönetmedeki etkinlikleri üzerinde zayıf bir etkisi olduğu, GSYİH ve enflasyon, beklenmeyen enflasyon oranı ve değişken ekonomik büyüme nedeniyle banka verimliliği ile negatif yönde ilişkide olduğu tespit edilmiştir (Onen & Tunik, 2017).

Öztürk (2016) çalışmasında, 1970-2014 yılları arasında karlılığı etkileyen makro değişkenleri belirlemeyi amaçlamıştır. Aktif karlılık, sermaye karlılığı ve net faiz marjı değişkenlerini Prais-Winsten ve Newey-West regresyon yöntemleriyle tahmin edilmiştir. Çalışma sonucunda, GSYH büyüme oranının aktif karlılık ve sermaye karlılığı ile aynı yönde ilişkisi varken, enflasyon oranının bu değişkenlerle ilişkisi olmadığı belirlenmiştir (Öztürk, 2016).

Samırkaş vd. (2014) çalışmasında, Türk bankacılık sektörünün 2003-2012 dönemleri arasındaki verileri kullanılarak karlılığı etkileyen faktörlerin bulunmasını amaçlamıştır. Bu faktörlerin belirlenmesinde çoklu regresyon analizi yönteminden faydalanılmıştır. Çalışma sonucunda, Aktif Karlılık ve Öz kaynak Karlılığı ile Faiz Dışı Gelirlerin Aktif toplamına oranı ve Öz kaynak/ Toplam aktif oranı arasında pozitif yönde bir ilişki olduğu belirlenmiştir (Samırkaş, 2014).

Gök ve Özdemir (2011) çalışmasında, bankaların sektör paylarının belirlenmesi için lojistik regresyon analizi yönteminden faydalanarak bir tahmin modeli oluşturulmuştur. Çalışmada Türk Bankacılık Sektöründe faaliyet gösteren 45 bankanın 2008-2009 yılı verileri kullanılmıştır. Çalışma sonucunda oluşturulan tahmin modelinin 3 banka için yanlış sonuç verirken, genel olarak modelin tahmin başarısının yüksek olduğu görülmüştür (Gök & Özdemir, 2011).

Açıklayıcı değişkenlerde ölçüm hatalarına yönelik çalışmalardan bazıları şunlardır:

Wald (1940), yaptığı çalışmada, değişkenlerde ölçüm hatası olduğu durumda, verileri temsil eden en iyi doğruyu bularak, parametre tahminlerini elde etmiştir. Bu yöntem iki grup yöntemi olarak adlandırılır (Wald, 1940).

Barlett (1949), yaptığı çalışmada, Wald'ın yönteminde değişiklik yaparak, verileri x açıklayıcı değişkenin değerleri artacak şekilde sıraya dizerek, verileri üç gruba ayırmıştır. Bu yöntem üç grup yöntemi olarak adlandırılır (Bartlett, 1949).

Fuller (1980), yaptığı çalışmada, açıklayıcı değişkenlerde hata olması durumunda, tahmin edicilerin limit durumundaki değişimlerini araştırmıştır. Ölçüm hatalarının kovaryans matrisinin bir tahmin edicisinin mevcut olduğunu varsaymıştır. Modeller, hata yapısı ile ilgili ön bilgiye dayanarak tanımlanmıştır (Fuller, 1980).

Armstrong (1965), yaptığı çalışmada, açıklayıcı değişkenler ölçüm hatasına sahip ise, genelleştirilmiş doğrusal modelin, parametrelerini tahmin etme problemini ele almıştır (Armstrong, 1964).

Stefanski ve Buzas (1995) yayınlarında, ikili (binary) regresyon ölçümü hata modellerinde araç değişken tahminine iki yaklaşım açıklamıştır. Yöntemlerin, ölçülen tahmin edicinin, cihazın ve modeldeki herhangi bir değişkenin bir fonksiyonu olarak ikili yanıt için yaklaşık ortalama modeller oluşturmayı gerektirdiğini ve tahminlerin doğrusal araç değişken tahmininde olduğu gibi, regresyon parametreleri arasındaki ilişkilerden yararlanılarak elde ettiğinden bahsetmişlerdir (Stefanski & Buzas, 1995).

Akritas ve Bershady (1996) yayınlarında, ölçüm hataları olan verilerde doğrusal regresyon analizi için iki yeni yöntem önermişlerdir ve birincisinin (BCES), sıradan en küçük kareler (OLS) tahmin edicisinin ölçüm hatalarına izin vermek için doğrudan bir uzantısı olduğunu belirtmişlerdir. İkinci yöntemin ise sadece “bağımsız” değişkenin hatasız ölçülmesi ve “bağımlı” değişken üzerindeki ölçüm hatalarının büyüklüğünün ölçümlerden bağımsız olması durumunda uygulanan ağırlıklı en küçük kareler (WLS) tahmin edicisi olduğunu söylemişlerdir (Michael G. Akritas, 1996).

Schafer (2001) yayınında, açıklayıcı değişkenlerde ölçüm hataları ile birlikte doğrusal, genelleştirilmiş doğrusal ve doğrusal olmayan regresyon modellerinin yarı parametrik olasılık analizi için bir EM algoritması sunmuştur. Tepkiyi ve ölçüm hatasını tespit etmek amacıyla olasılık dağılımlarının belirtildiği yapısal bir model kullandığını belirtmiştir (D.W., 2001).

Keles (2018) çalışmasında, ölçüm hatalarının, basit doğrusal regresyon tahmininin üzerindeki etkisini araştırmak ve klasik en küçük kareler (CLS) regresyon yöntemi ile ortogonal regresyon performansını, artıkların standart sapmasına göre karşılaştırmayı amaçladığını vurgulamıştır. Bu amaçla farklı boyutlarda üç veri setinde analizler yaptığını belirtmiştir. Yaptığı karşılaştırmalar sonucunda ortogonal regresyonun, artıkların standart sapmalarını CLS regresyon yönteminden daha küçük belirlediğini gözlemlemiştir. Bu sonuçlara bağlı olarak da ortogonal regresyonun iki değişken arasındaki lineer ilişkiyi tahmin etmede CLS regresyon yönteminden daha iyi sonuçlar verdiğinden bahsetmiştir (Taliha, 2018).

Bu çalışmada, Türk bankacılık sektöründeki; toplam aktifler, merkez bankasından alacaklar, bankalardan alacaklar, satılmaya hazır menkul değerler, krediler ve takipteki alacaklara ilişkin değişkenlere ait 64 bankacılık verisi kullanılmıştır. Bu çalışmada, açıklayıcı değişkenlerde ölçüm hata olması durumunda regresyon parametre tahminlerinde kullanılan yöntemler araştırılmış, bu konu ile ilgili uygulamalar yapılarak tahmin modelleri oluşturulmuş ve bu modellerin sonuçları karşılaştırılmıştır.

III. Materyal ve Metod

Çalışmada istatistiksel analizler için Bankacılık Düzenleme ve Denetleme Kurulu'nun Türk Bankacılık Sektöründe faaliyet gösteren mevduat, katılım ve kalkınma ve yatırım bankalarının raporladığı bilgilerin 2003 ve 2018 yılları arasında Mart, Haziran, Eylül ve Aralık aylarına ait 64 veri kullanılmıştır.

Analizlerde krediler bağımsız (X_1), toplam aktifler (Y) ise bağımlı değişken olarak kullanılmıştır. X_1 bağımsız (Açıklayıcı) değişkeninde ölçüm hatası olduğu varsayılmıştır. Çalışmada öncelikle parametre tahmininde en küçük kareler yöntemiyle uygulanmış ve bunu sırasıyla; ters en küçük kareler yöntemi, iki ve üç grup yöntemleri ile araç değişken yöntemlerine ilişkin parametre tahminleri ve varyansları bulunmuştur.

A.Parametrelerin Tahmini

Klasik doğrusal regresyon modelinde birden çok açıklayıcı değişkenin olduğu bir model (6) ile verilmiştir.

$$Y = \beta_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_k X_k + \epsilon_i \quad (6)$$

Denklem 1'de parametre sayısı k ve bağımsız değişken sayısı $k-1$ 'dir. Bağımsız değişkenlerin şu özelliklere sahip oldukları varsayılmaktadır.

- x_i bağımsız değişkeni rastgele bir değişkendir.
- x_i bağımsız değişkenin hata terimleri toplamı 0'dır.
- x_i bağımsız değişkenin varyansı sabittir.
- x_i bağımsız değişkeni normal dağılıma sahiptir.
- e_i hata terimi, x_i bağımsız değişkeninden bağımsızdır.

Açıklayıcı değişkenlerde hata olduğunda parametre tahminlerindeki değişime yol açan hatalar dikkate alınmalıdır. Söz konusu hata ölçümlerine yönelik klasik yaklaşımlar, en küçük kareler ve en çok olabilirlik yöntemleridir. Bu yöntemler değişimler hakkında ek ön bilgi ihtiyacı vardır. Söz konusu bu klasik yöntemlerin dışında ek ön bilgi gerektirmeyen çeşitli tahmin yöntemleri geliştirilmiştir. Bunlar; ters en küçük kareler yöntemi, iki ve üç grup yöntemleri ve araç değişkenleri yöntemidir (T. Ersöz, 1993).

1.En Küçük Kareler Yöntemi

En küçük kareler yönteminde amaç, dağılım grafiğindeki tüm noktaların doğruya olan uzaklıklarının bulunması ve toplamlarının en küçük olmasıdır. Örneklemden alınan bilgiler kullanılarak anakütle için tutarlı ve güvenilir tahmin değerleri elde edilir. Gerçek bağımsız değerler (y) ile tahmin edilen bağımsız değerlerin (\hat{y}) farkının az olması ya da aralarında fark olmaması istenir. \hat{y} değerlerini veren tahmini denklem (7)'de verilmiştir. Bu durumda β_1 ve β_2 katsayılarının ($y - \hat{y}$) değerini minimum yapması gerekir. Bu durumda b_0 ve b_1 değerleri (8) ve (9)'daki gibidir (F. Ersöz & Ersöz, 2018).

$$\hat{y} = b_0 - b_1 x \quad (7)$$

$$b_0 = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2 y_i - \frac{\sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n x_i y_i}{n}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{(\sum_{i=1}^n x_i)^2}{n}} \quad (8)$$

$$b_1 = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - \frac{\sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n y_i}{n}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{(\sum_{i=1}^n x_i)^2}{n}} \quad (9)$$

2. Ters En Küçük Kareler Yöntemi

Bu yöntem bağımlı değişkenlerde değil, yalnız açıklayıcı değişkende hata olduğu zaman uygulanabilir. y 'nin ölçüm hatası içermediği varsayılır. y ve x arasındaki ilişki,

$Y = \beta_0 + \beta_1 x$ olsun. $Y = y$, $X = x + u$ olduğu göz önüne alınırsa yukarıdaki ilişki $Y = \beta_0 + \beta_1(X - u)$ olacaktır. X açıklayıcı değişkeni için model yeniden yazılırsa,

$$X = -\frac{\beta_0}{\beta_1} + \frac{1}{\beta_1} y + u$$

elde edilir.

$$\alpha_0 = -\frac{\beta_0}{\beta_1}, \quad \alpha_1 = \frac{1}{\beta_1} \text{ yazılırsa, (5) ifadesi,}$$

$$X = \alpha_0 + \alpha_1 Y + u$$

olacaktır. Bu ilişkiye en küçük kareler yöntemi uygulanırsa, Y ve u bağımsız olduklarından, α_0 ve α_1 'in yansız tahminleri $\hat{\alpha}_0$ ve $\hat{\alpha}_1$ aşağıdaki biçimde elde edilir:

$$\hat{\alpha}_1 = \frac{\sum(X-\bar{X})(Y-\bar{Y})}{\sum(Y-\bar{Y})}, \quad \hat{\alpha}_0 = \bar{X} - \hat{\alpha}_1 \bar{Y}$$

Bu tahmin ediciler,

$$\hat{\alpha}_0 = -\frac{\beta_0}{\beta_1}, \quad \hat{\alpha}_1 = \frac{1}{\beta_1}$$

eşitliklerinde yerlerine konulursa, β_0 ve β_1 katsayılarının yanlı ama tutarlı tahminleri b_0 ve b_1 aşağıdaki biçimde elde edilir:

$$b_1 = \frac{1}{\hat{\alpha}_1}, \quad b_0 = -\frac{\hat{\alpha}_0}{\hat{\alpha}_1}$$

Görüldüğü gibi b_1 , $\hat{\alpha}_1$ 'in tersidir. Bu nedenle bu yönteme ters en küçük kareler denilmektedir (Koutsoyiannis, 1989).

3. İki Grup Yöntemi

1940 yılında Wald tarafından hata modelinde parametre tahminleri için gruplama yöntemi ilk kez kullanılmıştır. Değişkenlerdeki hata modeli aşağıda verilmiştir.

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1$$

Burada $X_i = x_i + u_i$, $Y_i = y_i + v_i$ ise hata terimleri olan u_i ve v_i 'ler için bazı varsayımlar yapılmıştır (T. Ersöz, 1993).

- u_1, u_2, \dots, u_n aynı dağılımlı ilişkisiz rastlantı değişkenleridir. u 'nun ortalaması

sıfır, varyansı σ_u^2 'dir.

- v_1, v_2, \dots, v_n aynı dağılımlı ilişkisiz rastlantı değişkenleridir. u'nun ortalaması sıfır, varyansı σ_v^2 'dir.

- u_1 ve v_1 rastlantı değişkenleri ilişkisizdir. Bu varsayımlar altında,

$E(X_i) = x_i, E(Y_i) = y_i$ 'dir. Wald önce n gözlemlı bir örneklem seçip gözlemleri iki gruba ayırmıştır. Bunun için işlemlerde kolaylık olması için gözlem sayısının çift olduğunu varsayılmıştır (n=2m).

X değerleri artan bir dizi şeklinde sıralanarak $X_1, X_2, \dots, X_m, X_{m+1}, \dots, X_n$ dizisi elde edilir. Buna karşılık gelen Y değerleri $Y_1, Y_2, \dots, Y_m, Y_{m+1}, \dots, Y_n$ dizisi olur. (10) ve (11)'de verilen ortalamalar kullanılarak (12) ile verilen varsayım öne sürülmüştür.

$$a_1 = \frac{\sum_{i=1}^m X_i - \sum_{i=m+1}^n X_i}{m} \quad (10)$$

$$a_2 = \frac{\sum_{i=1}^m Y_i - \sum_{i=m+1}^n Y_i}{m} \quad (11)$$

$$\liminf_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{m} \left| \sum_{i=1}^m X_i - \sum_{i=m+1}^n X_i \right| > 0 \quad (12)$$

Denklem 5'te verilen varsayıma dayanarak $b_1 = \frac{a_2}{a_1} \beta_1$ 'in tutarlı bir tahmin edicisidir. Bu varsayım altında $n \rightarrow \infty$ iken b_1 stokastik olarak β_1 'e yaklaştığı (10)'da gösterilmiştir. Bu denklemde \bar{a}_1 ve \bar{a}_2 beklenen değerlerdir.

$$\bar{a}_1 = \frac{\sum_{i=1}^m X_i - \sum_{i=m+1}^n X_i}{m} \text{ ve } \bar{a}_2 = \frac{\sum_{i=1}^m Y_i - \sum_{i=m+1}^n Y_i}{m} \text{ ise } \bar{a}_2 = \beta_1 \bar{a}_1 \text{ yada } \beta_1 = \frac{\bar{a}_2}{\bar{a}_1} \quad)$$

$(a_1 - \bar{a}_1)$ 'in varyansı $\frac{4\sigma_u^2}{n}$ ve $(a_2 - \bar{a}_2)$ 'in varyansı $\frac{4\sigma_v^2}{n}$ 'dir. Bu durumda $n \rightarrow \infty$ iken a_1 ve a_2 stokastik olarak sırasıyla \bar{a}_1 ve \bar{a}_2 'ye yakınsar ise $\frac{a_2}{a_1}$ oranı da $\beta_1 = \frac{\bar{a}_2}{\bar{a}_1}$ 'e yakınsar. Bu durum da $\frac{\bar{a}_2}{\bar{a}_1}$ 'in tutarlı bir tahmin olduğunu gösterir. β_0 'ın tahmini $b_0 = \bar{Y} - b_1 \bar{X}$ olur.

İki grup yöntemi ile elde edilen parametre tahminin varyansı (13)'de verilmiştir.

$$var(b_1) = \frac{2s^2}{(\bar{x}_2 - \bar{x}_1)^2} \quad (13)$$

Burada $S^2 = \frac{S_y^2 + \beta_1^2 S_x^2 - 2\beta_1 S_{xy}}{n-2}$ dir. İki grup yöntemi ile tutarlı sonuçlar alınabilir. İki grup yönteminin kullanımı ile asimptotik yansız özelliği ve en küçük varyans özelliğine oranla daha büyük bir ağırlık verilmiş olur (Koutsoyiannis, 1989).

4.Üç Grup Yöntemi

Yansız ve tutarlı parametre tahminleri yapılmasını sağlayan üç grup yöntemi ve 1949 yılında Bartlett tarafından kullanılmıştır. Bu yöntemde de aynı iki grup yönteminde olduğu gibi alt örneklemelerin ortalamalarından geçen bir doğrunun eğimi bulmak amaçlanmaktadır.

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + e_i$$

Burada $X = x + u$, $Y = y + v$ ise u ve v hatalarının bağımsız olduğu varsayımı altında (12) ile verilen eşitliğe ilişkin parametre tahmini işlem basamakları aşağıda verilmiştir (Bartlett, 1949; Leser, 1966).

$(X_1, Y_1), (X_2, Y_2), \dots, (X_n, Y_n)$ gözlemleri küçükten büyüğe olacak şekilde sıraya dizilip üç gruba ayrılır. Gözlem sayısı 3 ile tam olarak bölünmüyorsa, her grup için eşit sayıda gözlem kalacak şekilde ortadaki gözlemler çıkarılır. Ortadaki grup çözümlenmeye alınmaz. Gruplardaki gözlem sayısı eşit olduğunda varyansın minimum olması beklenir.

• Birinci grup ve üçüncü gruba ait aritmetik ortalama hesaplanır. Birinci grup aritmetik ortalaması (\bar{X}_1, \bar{Y}_1) , üçüncü grup aritmetik ortalaması (\bar{X}_3, \bar{Y}_3) değerleri (14) ile gösterildiği şekilde hesaplanır.

$$\begin{aligned} \bar{X}_1 &= 3 \sum_{i=1}^{n/3} \frac{X_i}{n} & \bar{Y}_1 &= 3 \sum_{i=1}^{n/3} \frac{Y_i}{n} \\ \bar{X}_3 &= 3 \sum_{i=\frac{2n}{3}+1}^{n} \frac{X_i}{n} & \bar{Y}_3 &= 3 \sum_{i=\frac{2n}{3}+1}^{n} \frac{Y_i}{n} \end{aligned} \quad (14)$$

b_1 üç grup yönteminin tahmin edicisi ise aşağıdaki formülde verilmiştir.

$$b_1 = \frac{\bar{Y}_3 - \bar{Y}_1}{\bar{X}_3 - \bar{X}_1}$$

Üç grup yöntemi ile bulunan parametre tahminleri yansız ve tutarlıdır. Üç grup yöntemi ile elde edilen parametre tahmininin varyansı, $var(b_1) = \frac{6s^2}{n(\bar{X}_3 - \bar{X}_1)^2}$ dir (Leser, 1966). Burada;

$$S^2 = \frac{S_y^2 + \beta_1^2 S_x^2 - 2\beta_1 S_{xy}}{n-3}$$

ve

$$\begin{aligned} S_y^2 &= \sum_{i=1}^{n/3} (y_i - \bar{y}_1)^2 + \sum_{i=\frac{n}{3}+1}^{2n/3} (y_i - \bar{y}_2)^2 + \sum_{i=\frac{2n}{3}+1}^n (y_i - \bar{y}_3)^2 \\ S_x^2 &= \sum_{i=1}^{n/3} (x_i - \bar{x}_1)^2 + \sum_{i=\frac{n}{3}+1}^{2n/3} (x_i - \bar{x}_2)^2 + \sum_{i=\frac{2n}{3}+1}^n (x_i - \bar{x}_3)^2 \end{aligned}$$

dir.

5.Araç Değişkenler Yöntemi

Bu yöntem Reiersol ve Geary tarafından geliştirilmiştir. Açıklayıcı değişkenlerde hata olması durumunda kullanılan yöntemlerden biri olan bu yöntem, hatalı ölçüldüğü varsayılan değişken yerine, aynı özelliğe sahip başka bir değişkenin kullanılması esasına dayanmaktadır. Bu yeni değişkene araç değişkeni denilmektedir.

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X + w, \quad w = v - \beta_1 u$$

modelinde X ile w bağlantılıyken basit en küçük karelerin tahminleri $\sum Xw$ toplamının sıfırdan farklı olması yüzünden yanlı ve tutarsız olmaktadır. Araç değişkenlerinin gerisinde yatan düşünce, X ile yüksek derece de ilişkili ancak, u ve v hata terimleri ile ilişkisiz başka bir Z değişkeni bulup, tutarlı tahminler elde etmektir. Kısaca araç değişkenleri aşağıdaki özellikleri sağlamaktadır:

- Araç değişkenleri arasında tam çoklu doğrusal bağımlılık olmamalıdır.
- Araç değişkenleri, hata terimi ile ilişkili olmamalıdır.
- En küçük karelerin temel varsayımlarını sağlamalıdır.
- Ölçüm hatası içeren değişken ile bu değişken yerine modele alınacak araç değişkeni arasında kuvvetli bir ilişki olmalıdır.

Yukarıdaki model ortalama dan ayrılışlar ile ifade edilirse,

$$y = \beta_1 x + w$$

olmaktadır. Burada $y = Y - \bar{Y}$, $x = X - \bar{X}$ 'dir. Bu modelde normal denklem, x ile çarpılıp, tüm gözlemler üzerinden toplam alınarak bulunur. Normal denklem,

$$\sum xy = \beta_1 \sum x^2 + \sum xw$$

dir. Bu denklemde x ve w'ler bağlantısızsa,

$$E(\sum xw) = \sum E(xw) = 0$$

olduğundan normal denklemlerdeki $\sum xw$ terimi ihmal edilebilir ve β_1 tahmini bulunabilir. x ile w ilişkili ise $\sum(xw) \neq 0$ olacağından normal denklemler işlemez hale gelir. Fonksiyonu x ile çarpmak yerine w ile bağlantısız z değişken bulup da ilk fonksiyonu z ile çarparsak,

$$\sum zy = \beta_1 \sum zx + \sum zw$$

bulunur. z ile w arasında bir ilişki olmadığından $\sum wz$ ihmal edilebilir. Bu durumda β_1 'in tahmini,

$$b_i = \frac{\sum z_i y}{\sum z_i x_i}$$

olarak elde edilir (Koutsoyiannis, 1989). Araç değişkenleri yöntemi tutarlı tahminler verir. . Eğer araç değişkeni ile açıklayıcı değişken arasında yüksek bir ilişki mevcut ise, araç değişkenine iyi bir araç değişkeni denir (Maddala, 1988).

b_0 ve b_1 parametrelerinin asimptotik varyansları, aşağıdaki gibi elde edilmiştir:

$var(b_0) = \partial_w^2 \left[\frac{1}{n} + \frac{\bar{x} \sum_{i=1}^n z_i^2}{(\sum_{i=1}^n x_i z_i)^2} \right]$, $var(b_1) = \partial_w^2 \left[\frac{\sum_{i=1}^n z_i^2}{(\sum_{i=1}^n x_i z_i)^2} \right]$. Burada σ_w^2 hata varyansının tahminidir (Koutsoyiannis, 1989) (Koutsoyiannis, 1989).

Bu çalışmada, açıklayıcı değişkenlerde ölçüm hatası olduğunda, en küçük kareler yöntemi, ters en küçük kareler yöntemi, iki ve üç grup yöntemleri ile araç değişkenlere ilişkin parametre tahmin yöntemleri ile sonuçlar istatistiksel olarak analiz edilmiş, hangi yöntemin en küçük varyansa sahip olduğu araştırılmıştır.

IV. Bulgular

Parametre tahminlerine ilişkin bu çalışmada, bankacılık sektöründeki krediler bağımsız (X_1), toplam aktifler (Y) ise bağımlı değişken olarak kullanılmıştır. X_1 bağımsız değişkeninde ölçüm hatası olduğu varsayılmıştır. Analizler önce en küçük kareler yöntemiyle yapılmış, daha sonra sırasıyla ters en küçük kareler yöntemi, iki ve üç grup yöntemleri ile araç değişken yöntemlerine ilişkin parametre tahminleri ve varyansları bulunmuştur.

En Küçük Kareler Yönteminin Uygulanması: Bir veya birden fazla bağımsız değişkenlerde ölçüm hatası olduğu durumda, $Y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + w$ modeline en küçük kareler yöntemi uygulanarak parametre tahmini yapılmıştır. Bu durumda $b_1 = 1,353$, $var(b_1) = 0,021$ olarak bulunmuştur.

Ters En Küçük Kareler Yönteminin Uygulanması: Parametrelerin tahmininde $X = \alpha_0 + \alpha_1 Y + u$ modelinden yararlanılmıştır. Yapılan analizlerde $b_1 = 0,729$, $var(b_1) = 0,011$ olarak bulunmuştur.

İki Grup Yönteminin Uygulanması: X_1 bağımsız değişkenin değerlerine göre küçükten büyüğe doğru sıraya dizilir. Veriler iki eş gruba ayrılmıştır. Bağımsız değişkene ilişkin ortalamalar birinci grup için $\bar{X}_1 = 170\ 385$ ikinci grup için $\bar{X}_2 = 483\ 318$ bulunmuştur. Bağımlı değişken için birinci ve ikinci grup ortalamaları sırasıyla $\bar{Y}_1 = 377\ 563$ ve $\bar{Y}_2 = 791\ 086$ bulunur. Bulunan bu değerler

$b_1 = \frac{\bar{Y}_2 - \bar{Y}_1}{\bar{X}_2 - \bar{X}_1}$ formülünde yerine konulursa; $b_1 = \frac{791\ 086 - 377\ 563}{483\ 318 - 170\ 385} = 1,321$ bulunur. b_1 parametresinin varyansı ise $var(b_1) = 0,064$ olarak bulunur.

Üç Grup Yönteminin Uygulanması: Bu yöntemde de iki grup yönteminde olduğu gibi, x_1 bağımsız değişkenine göre değerler küçükten büyüğe doğru sıraya dizilir. Veriler üç eş gruba ayrılır. Ele alınan veri sayısı üçe tam bölünmediği için ortadaki gözlem değeri analizlerden çıkarılır. Her bir grup için ortalama değerler $\bar{X}_1 = 113\ 626$, $\bar{X}_2 = 344\ 216$ ve $\bar{X}_3 = 521\ 941$ olarak bulunur. Bu değerlere karşılık gelen bağımlı değişken ortalamaları $\bar{Y}_1 = 284\ 424$, $\bar{Y}_2 = 633\ 181$ ve $\bar{Y}_3 = 831\ 931$ olarak bulunur. Bu değerler $b_1 = \frac{\bar{Y}_3 - \bar{Y}_1}{\bar{X}_3 - \bar{X}_1}$ formülünde yerlerine konulursa,

$b_1 = \frac{831\ 931 - 284\ 424}{521\ 941 - 113\ 626} = 1,341$ bulunur. b_1 parametresinin varyansı ise,

$$var(b_1) = \frac{6s^2}{n(\bar{x}_3 - \bar{x}_1)^2} \text{ formülünden } var(b_1) = 0,001 \text{ bulunur.}$$

Araç Değişkenler Yöntemi: Analizlerde ölçüm hatası olduğu varsayılan kredi açıklayıcı değişkeni yerine, ölçüm hatası olmadığı varsayılan bankalardan alacaklar değişkeni araç değişkeni olarak kullanılmıştır.

Araç değişkenleri yöntemi, modelde ölçüm hatası olduğu düşünülen değişken yerine bu değişkeni temsil edebilecek başka bir değişkenin modele alınması prensibine dayanmaktadır. Hata olduğu düşünülen krediler bağımsız değişkeni yerine bu değişken ile yüksek korelasyona sahip bankadan alacaklar değişkeni modele konmuştur.

$$b_i = \frac{\sum z_i y}{\sum z_i x_i} \text{ formülünden yararlanarak } b_i = \frac{76\,691\,721\,221}{52\,279\,207\,046} = 1,470 \quad b_1$$

parametresinin varyansı ise;

$$var(b_1) = \partial_w^2 \left[\frac{\sum_{i=1}^n z_i^2}{(\sum_{i=1}^n x_i z_i)^2} \right] \text{ formülünden } var(b_1) = 0,087 \text{ bulunur.}$$

$Y = \beta_0 + \beta_1 x_1$ modelinde, en küçük kareler, ter en küçük kareler, iki ve üç grup ile araç değişkenine ilişkin parametre tahminleri ve varyans sonuçları Tablo 3’de verilmiştir.

Tablo 3. Farklı Parametre Tahminlerine İlişkin Katsayı ve Varyansların Karşılaştırılması

| Parametreler | En Küçük Kareler Yöntemi | Ters En Küçük Kareler Yöntemi | İki Grup Yöntemi | Üç Grup Yöntemi | Araç Değişkenler i Yöntemi |
|--------------|--------------------------|-------------------------------|------------------|-----------------|----------------------------|
| b_1 | 1,353 | 0,729 | 1,321 | 1,341 | 1,470 |
| $var(b_1)$ | 0,021 | 0,011 | 0,064 | 0,001 | 0,087 |

Bu çalışmanın sonucunda hem uygulamadaki kolaylığı hem de küçük varyanslı olması nedeni ile “üç grup yöntemi” değişkenlerde hata olması durumunda parametre tahmini için önerilmektedir.

Çoklu Regresyon Analizi Sonuçları: Çalışmada bankacılık verilerine ilişkin çoklu regresyon modeline ilişkin analizlerde yapılmıştır.

Regresyon modeli; $Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 + \beta_4 X_4 + \beta_5 X_5 + \varepsilon$ olup, çalışmada kullanılan değişkenler aşağıda tanımlanmıştır.

Y: Toplam Aktifler

X₁: Merkez Bankasından Alacaklar

X₂: Bankalardan Alacaklar

X₃: Satılmaya Hazır Menkul Değerler

X₄: Krediler (Parametre tahminlerinde X₁ olarak kullanılan bu değişken, regresyon modelinde X₄ olarak kullanılmıştır.)

X₅: Takipteki Alacaklar

ε : Hata Terimi'dir.

Analize ilişki tanımlayıcı istatistikler Tablo 4'de verilmiştir.

Tablo 4. Tanımlayıcı İstatistikler (Milyon \$)

| Değişkenler | Ortalama | Standart Sapma | N |
|---------------------------------|-----------|----------------|----|
| Toplam Aktifler | 584324,89 | 241406,83 | 64 |
| Merkez Bankasından Alacaklar | 17319,66 | 10195,01 | 64 |
| Bankalardan Alacaklar | 24598,39 | 7022,14 | 64 |
| Satılmaya Hazır Menkul Değerler | 76140,86 | 28405,97 | 64 |
| Krediler | 326851,52 | 177182,49 | 64 |
| Takipteki Alacaklar | 3188,80 | 3676,52 | 64 |

Tanımlayıcı analiz sonuçlarına göre bankacılık sektörünün 2003 ve 2018 yılları arasındaki toplam aktifler $584\,324,89 \pm 241\,406,83$ olup, banka kredileri ise $326\,851,52 \pm 177\,182,49$ olarak bulunmuştur.

Çalışmada kullanılan değişkenlere ilişkin korelasyon sonuçları Tablo 5'de verilmiştir.

Tablo 5. Korelasyon Analizi Sonuçları

| Değişkenler | Toplam Aktifler | Merkez Bankasından Alacaklar | Bankalardan Alacaklar | Satılmaya Hazır Menkul Değerler | Krediler | Takipteki Alacaklar |
|--|-----------------|------------------------------|-----------------------|---------------------------------|----------|---------------------|
| Toplam Aktifler | 1 | | | | | |
| Merkez Bankasından Alacaklar | ,664* | 1 | | | | |
| Bankalardan Alacaklar | ,718* | ,683* | 1 | | | |
| Satılmaya Hazır Menkul Değerler | ,668* | ,513* | ,652* | 1 | | |
| Krediler | ,993* | ,631* | ,667* | ,589* | 1 | |
| Takipteki Alacaklar | ,494* | ,450* | ,406* | -,055 | ,531* | 1 |

* %5 önem düzeyinde anlamlılık seviyesini gösterir.

Araştırmada “Takipteki alacaklar” ile “Satılmaya hazır menkul değerler” arasında anlamlı bir ilişki çıkmamıştır. Bunların dışındaki değişkenler arasında pozitif ve anlamlı bir ilişki çıkmıştır ($p < 0,05$). En yüksek ilişki “Toplam aktifler” ile “Krediler” arasında çıkmıştır ($r = 0,993$; $p < 0,05$). Tablo-6'da modele ilişkin özet sonuçlar verilmiştir.

Tablo 6. Model Özet Sonuçları

| Model | R ² | Düzeltilmiş R ² | Tahminin Standart Hatası | F | Anlamlılık Sig. | Durbin-Watson d İstatistigi |
|-----------------|----------------|----------------------------|--------------------------|----------|-----------------|-----------------------------|
| Toplam Aktifler | ,998 | ,998 | 10968,017 | 6092,385 | ,000 | ,471 |

Tablo7’de Çoklu doğrusal regresyon analizi sonuçları verilmiştir.

Tablo 7. Regresyon Analizi Sonuçları

| Model Toplam Aktifler | Standartlaştırılmamış Katsayılar | | Standartlaştırılmış Katsayılar | t | Anlamlılık Sig. | Eş doğrusallık İstatistikleri | |
|---------------------------------|----------------------------------|---------------|--------------------------------|--------|-----------------|-------------------------------|-------|
| | β | Standart Hata | β | | | Tolerans | VIF |
| Sabit | 75467,89 | 5346,21 | | 14,116 | ,000 | | |
| Merkez Bankasından Alacaklar | ,437 | ,202 | ,018 | 2,166 | ,034 | ,452 | 2,214 |
| Bankalardan Alacaklar | 1,363 | ,337 | ,040 | 4,051 | ,000 | ,342 | 2,924 |
| Satılmaya Hazır Menkul Değerler | ,942 | ,088 | ,111 | 10,717 | ,000 | ,306 | 3,264 |
| Krediler | 1,208 | ,014 | ,887 | 88,606 | ,000 | ,327 | 3,057 |
| Takipteki Alacaklar | ,352 | ,593 | ,005 | ,593 | ,556 | ,401 | 2,491 |

Çoklu regresyon modeline göre değişkenler arasındaki ilişki matematiksel olarak aşağıda verilmiştir.

$$\text{Model: } Y = \beta_0 + 0.018X_1 + 0.040X_2 + 0.111X_3 + 0.887X_4 + e$$

Analiz Sonuçlarına göre banka toplam aktifleri; Merkez Bankasından Alacaklar (X₁), Bankalardan Alacaklar (X₂), Satılmaya Hazır Menkul Değerler (X₃), ve Krediler (X₄), etkilemektedir. Regresyon modelinde tolerans ve VIF değerleri, modelin başarısında önemlidir. VIF değerinin 10’un altında olması ve tolerans değerinin ise 0’a yakın olmadığı zaman kurulan modelde çoklu doğrusal bağlantı sorununun olmadığı değerlendirilir (Gujarati, 1995). Tablo-7’de görüldüğü gibi değişkenlerin tolerans ve VIF değerlerinin uygun olduğu görülmektedir. Buna göre kurulan çoklu doğrusal regresyon modelinde, çoklu doğrusal bağlantının olmadığı tespit edilmiş ve modelin anlamlı ve güvenilir olduğunu göstermektedir.

V. Sonuç

Modele ilişkin açıklayıcı değişkenlerde ölçüm hatası olması durumunda, parametre tahminlerini elde etmek için kullanılan en küçük kareler yöntemi, yanlış ve tutarsız tahminler vermektedir. Bu durumda yansız ve tutarlı parametre tahminleri veren alternatif yöntemler araştırılmıştır. Gruplama yöntem tutarlı parametre tahminleri

vermektedir, ancak değişkenlerin normal dağılmama varsayımının sağlanması gerekmektedir. Gruplama yönteminde parametre tahminindeki hesaplamalar kolaylıkla yapılmaktadır.

Bu çalışmada, klasik Çoklu Doğrusal Regresyon modelinin bağımsız değişkenlere ilişkin varsayımları altında; en küçük kareler yöntemi, ters en küçük kareler yöntemi, iki ve üç grup yöntemleri ile araç değişkenlere ilişkin parametre tahmin yöntemleri ele alınarak, hangi yöntemin en küçük varyansa sahip olduğu araştırılmıştır. Ayrıca bankacılık toplam aktif değerlerini etkileyen değişkenler ortaya çıkarılmaya çalışılmıştır.

Çalışmada istatistiksel analizler için Bankacılık Düzenleme ve Denetleme Kurulu'nun Türk Bankacılık Sektöründe faaliyet gösteren mevduat, katılım ve kalkınma ve yatırım bankalarının raporladığı bilgilerin 2003 ve 2018 yılları arasında Mart, Haziran, Eylül ve Aralık aylarına ait veriler kullanılmıştır.

Çoklu doğrusal regresyon modeli sonuçlarına göre toplam aktifleri "Takipteki alacaklar" hariç kullanılan tüm değişkenlerin etkilediği görülmüştür. Korelasyon analizi sonucuna göre ise; "Takipteki alacaklar" ile "Satılmaya hazır menkul değerler" arasında anlamlı bir ilişki çıkmamıştır. Bunların dışındaki değişkenler arasında pozitif ve anlamlı bir ilişki çıkmıştır. Çalışmada kullanılan değişkenler arasındaki en yüksek ilişki "Toplam aktifler" ile "Krediler" arasında ortaya çıkmıştır.

Bu çalışmada farklı parametre tahminlerine göre bulunan yöntemler için en küçük varyansa sahip olan yöntemler araştırılmış ve karşılaştırılmıştır. Analiz sonucunda; en düşük varyansın üç grup yöntemi ile elde edildiği görülmüş ve en küçük kareler yöntemi ile iki grup yönteminin b_1 değerlerinin birbirine yakın olduğu tespit edilmiştir. Üç grup yöntemi en düşük değişkenliğe sahip çözüm olduğundan finansal uygulamalarda bu yöntemin tercih edilmesi önerilmektedir.

Kaynaklar

- Alihodžić, A., & Ekşi, İ. H. (2018). "Credit Growth and Non-Performing Loans : Evidence from Turkey and Some Balkan Countries". *Eastern Journal of European Studies*, 9(2), 229–250.
- Armstrong, B. (1964). "Measurement Error in the Generalized Linear Model". *Cmm. Statistic*, 14, 529–544.
- Bartlett, M. S. (1949). "Fitting a Straight Line When Both Variables are Subject to Error". *Biometrics*, 207–242.
- D.W., S. (2001). "Semiparametric Maximum Likelihood for Measurement Error Model Regression". *Biometrics*, 57(1), 53–61.
- Ersöz, F., & Ersöz, T. (2018). *İstatistik I-II*. Elit Kültür Yayınları, İstanbul.
- Ersöz, T. (1993). *Açıklayıcı Değişkenlerde Hata Olması Durumunda Regresyon Modellerinin İncelenmesi*. (Yayımlanmamış Bilim Uzmanlığı Tezi). Ankara: Hacettepe Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü,

- Fernández-Muñiz, B., Montes-Peón, J. M., & Vázquez-Ordás, C. J. (2009). "Relation Between Occupational Safety Management and Firm Performance". *Safety Science*, 47(7), 980–991. <https://doi.org/10.1016/J.SSCI.2008.10.022>
- Fuller, W. A. (1980). "Properties of Some Estimators for the Error-in-Variables Model". *Annals of Statistic*, (8), 407–422.
- Gök, A. C., & Özdemir, A. (2011). "Lojistik Regresyon Analizi ile Banka Sektör Paylarının Tahminlenmesi". *İşletme Fakültesi Dergisi*, 12(1), 43–51.
- Gujarati, N. D. (1995). *Basic Econometrics-3rd Edition*. New York, New York, USA: McGraw-Hill.
- Jawadi, F., Jawadi, N., Idi, A., Ben, H., & Louhichi, W. (2017). "Modelling the Effect of the Geographical Environment on Islamic Banking Performance: A Panel Quantile Regression Analysis". *Economic Modelling*, 67(February), 300–306. <https://doi.org/10.1016/j.econmod.2017.01.018>
- Koutsoyiannis, A. (1989). *Ekonometri kuramı, Çev.ü.Şenesen ve G.* Ankara: Verso Yayıncılık.
- KPMG. (2019). Bankacılık Sektörel Bakış Raporu.
- Leser, C. (1966). *Econometric techniques and problems*. London: Griffin.
- Maddala, G. S. (1988). *Introduction to Econometrics*. New York, New York, USA: Macmillan Publishing Company.
- Michael G. Akritas, M. A. B. (1996). "Linear Regression for Astronomical Data with Measurement Errors and Intrinsic Scatter". *The Astrophysical Journal*, 2.
- Onen, F. K., & Tunik, İ. (2017). "The Determinants of Efficiency in Turkish Banking Sector After Global Financial Crisis". *European Scientific Journal, special*(April), 471–479.
- Öztürk, H. (2016). "Türk Bankacılık Sektörünü Etkileyen Makro Ekonomik Faktörlerin Ampirik Analizi An Empirical Analysis of Macroeconomic". *Finans Politik & Ekonomik Yorumlar*, 53(620), 11–29.
- Phan, H. T., Anwar, S., & Alexander, W. R. J. (2018). "The Determinants of Banking Efficiency in Hong". *Applied Economics Letters*, 00(00), 1–4. <https://doi.org/10.1080/13504851.2017.1420870>
- Samırkaş, M. C. (2014). "Türk Bankacılık Sektöründe Karlılığın Belirleyicileri". *Kafkas Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi*, 5(8), 117–134.
- Stefanski, L. A., & Buzas, J. S. (1995). "Instrumental Variable Estimation in Binary Regression Measurement Error Models". *Journal of the American Statistical Association*, 90(430), 541–550. <https://doi.org/10.1080/01621459.1995.10476546>
- Sufian, F., Kamarudin, F., & Nassir, A. M. (2017). "Globalization and Bank Efficiency

Nexus : Empirical Evidence from the Malaysian Banking Sector". *Benchmarking: An International Journal*, 24(5), 1–8. <https://doi.org/10.1108/BIJ-09-2014-0090>

Taliha, K. (2018). "Comparison of Classical Least Squares and Orthogonal Regression in Measurement Error Models". *International Online Journal of Educational Sciences*, 10(3), 200–214.

TBB. (2018). *Bankalarımız 2017*.

TIM. (2018). IMF Küresel Ekonomik Görünüm Raporu.

Ünsal, A., & Güler, H. (2016). "Türk Bankacılık Sektörünün Lojistik Regresyon ve Diskriminant Analizi ile İncelenmesi". In *VII. Ulusal Ekonometri ve İstatistik Sempozyumu* (pp. 1–14).

Wald, A. (1940). "The Fitting of Straight Lines if Both Variables are Subject to Error". *Annals of Mathematics and Statistics*, 11, 284–300.