

Rekabet Ortamında Akışkan Mal Satın Alma Süreci için İki Seviyeli Matematiksel Model Önerisi

A Bi-Level Mathematical Model Proposal for Procurement Process of Liquid Good in Competitive Environment

Gökhan ÖZÇELİK¹, Cevriye TEMEL GENCER²

ÖZET

Literatürde zıt amaçları olan iki taraf arasındaki rekabetçi karar verme sürecinin modellenmesi "Şebeke Engelleme Problemi" olarak ifade edilmektedir. Bu çalışmada aynı tedarikçi kümesini kullanan rekabetçi iki firmanın akışkan mal satın alma süreci ele alınmıştır. Bu süreç, firmalardan birinin minimum maliyetle mal tedarik etmeye çalıştığı, diğerinin ise sahip olduğu engelleme bütçesi ile rakibinin minimum satın alma maliyetini en büyükmeye çalıştığı bir rekabet ortamı için şebeke engelleme problemi şeklinde tasarlanmıştır. Bu problemdeki tedarik zinciri yapısı minimum maliyetli akış şebekesine dönüştürülerek, iki seviyeli (*bi-level*) matematiksel bir model önerilmiştir.

Anahtar kelimeler: Minimum maliyetli akış şebekesi, rekabetçi satın alma süreci, şebeke engelleme problemi.

ABSTRACT

Modeling of the competitive decision making process between two players which have opposite objectives is defined as "Network Interdiction Problem" in the literature. In this study, procurement process in which two competitive firms procure liquid good from the same set of the suppliers is handled. This process is designed as a network interdiction problem for competition environment in which one of the firms tries to procure goods with minimum cost, the other one tries to maximize the procurement cost of the competitor with owned interdiction budget, as well. In this problem transforming the structure of supply chain into minimum cost flow network, a bi-level mathematical model is proposed.

Keywords: Minimum cost flow network, competitive procurement process, network interdiction problem.

GİRİŞ

Firmalar gün geçtikçe artan rekabet koşullarından zorlu şartlarla karşılaşabilmektedir. Bu amaçla firmalar üretim çevresinde ayakta kalabilmek adına pazarlama, satın alma gibi temel süreçlerinin yönetiminde sürekli yeni rekabetçi politikalar geliştirmek zorundadır. Bu kapsamda, aynı alanda faaliyet gösteren firmaların satın alma süreçlerini dikkate aldığımızda, firmalar arasında tedarikçilerdeki kapasite yüzünden rekabet doğabilmektedir. Diğer bir ifade ile bir firma belli bir tedarikçiden mal aldığı zaman tedarikçideki mal kapasitesini azaltacağından dolayı, diğer firmanın üretimini riske sokması muhtemeldir. Böylece firmalar rekabetçi bir mal satın alma süreci ile karşı karşıya kalacaktır.

Bu çalışmada, aynı alanda faaliyet gösteren rekabetçi iki firmanın (*takipçi-lider*) akışkan mal satın alma süreçleri analiz edilmiştir. İki firmanın da aynı tedarik zincirini kullandığı iki aşamalı tedarik zinciri

modeli ele alınmış, bu süreçte firmalardan birinin (*liderin*), diğerinin (*takipçinin*) minimum tedarik maliyetini en büyükmeye hedeflenmiştir. Rekabet içindeki (*zıt amaçları olan*) iki firma ele alındığından dolayı model, şebeke engelleme problemi (ŞEP) şeklinde incelenmiştir.

ŞEP'te amaç birbirine zıt amaçları olan iki taraf arasındaki rekabetçi karar verme sürecini modellemektir. Şebeke üzerinde akışı en büyükmeye çalışan, ya da hedefe en kısa yoldan ulaşmayı amaçlayan, kısaca şebekeden faydalanmaya çalışan şebeke kullanıcı ile bu akışı en küçükmek, ya da en kısa yolu en büyükmek amacıyla şebeke üzerinde engellemeler yapan yol kesici arasındaki oyundur. Bu oyun sırasında, takipçi sürekli olarak değişmiş şebekenin durumuna göre (*engelleme durumlarına göre*) en iyi (*optimal*) çözümü arayacaktır. Bahsedilen engelleme işlemi, kısıtlı engelleme bütçesiyle şebeke üzerindeki arkı yok eden ya da arkın uzunluğunun

¹Arş. Gör. Dr. Karadeniz Teknik Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Endüstri Mühendisliği Bölümü, Ortahisar/ Trabzon, gozcelik@ktu.edu.tr

²Prof. Dr. Gazi Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Endüstri Mühendisliği Bölümü, Maltepe/ Ankara, ctemel@gazi.edu.tr

etkisini artıran (süresini, maliyetini) bir harekettir (İsraeli ve Wood, 2002). Benzer şekilde bu engelleme işlemi problem yapısına göre düğümlerde, düğüm kapasitesini azaltarak da yapılabilir. Bu tip lider & takipçi ilişkisi, statik Stackelberg (Stackelberg, 1952) oyununa benzemektedir.

Literatürde, ŞEP kapsamında karşılaştığımız ilk çalışmalara bakacak olursak; Wollmer (1963, 1964); Lubore vd. (1971); Ratliff vd. (1975); Malik vd. (1989) ve Ball vd. (1989) şebeke üzerinde en önemli ark (*bağlantıyı*) ya da arkları belirlemeye yönelik çalışmalar yapmıştır. Bu çalışmalarda temel olarak, "şebekeyi en kötü derecede sekteye uğratabilecek, *hangi ark ya da arklar şebekeden kaldırılmalıdır?*" sorusuna cevap aranmıştır. Corley ve David (1982); ise çalışmasında hem şebekedeki en önemli arkların hem de en önemli düğümlerin bulunmasına yer verirken, Corley ve Chang (1974) ve Nardelli vd. (2003) şebekedeki en önemli düğümün bulunmasına yönelik çalışmışlardır.

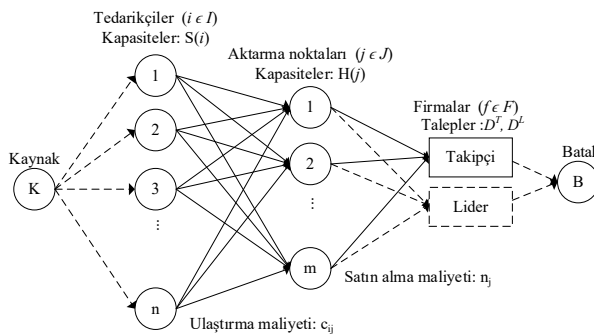
ŞEP'in sonraki yıllarda, şebekenin hassasiyetinin analizi ya da olası bir saldırıda şebekenin en az şekilde etkilenmesi için güçlendirilmesi gereken zayıf bileşenlerinin belirlenmesi gibi farklı alanlarda çalışılmıştır. Bununla birlikte ŞEP, terör saldırılarına karşı elektrik, su ya da haberleşme şebekelerinin savunulması problemleri ya da ilaç, uyuşturucu madde, nükleer madde kaçakçılığında, terörist, suçlu ya da saldırganın kaçış olasılığının en küçüklenmesine yönelik sensör yerleşimi problemlerinde de ele alındığı görülmektedir. Ancak ŞEP'in temelini oluşturan iki çalışma alanından biri şebeke üzerinde maksimum akışın engellenerek en küçüklenmesi üzerinedir (Fulkerson ve Harding (1977); Golden (1978); İsraeli ve Wood (2002), Khachiyan vd. (2007); Bayrak vd. (2008); Gutfraind vd. (2010); Romich vd. (2015); Borrero vd. (2016)). Diğer çalışma alanı ise en kısa yolun engellenerek en büyüklenmesi üzerinedir (Wollmer (1964); McMasters ve Mustin (1970); Wood (1993); Washburn ve Wood (1995); Cormican vd.

(1998); Lim ve Smith (2007); Royset ve Wood (2007); Akgün vd. (2011); Granata vd. (2013); Keshavarzi ve Fathabadi (2015); Janjarassuk ve Nakrachata-Amon (2016)). Bu çalışmaların birçoğu engelleme bütçesi dâhilinde ele alınmıştır. Diğer bir ifade ile engelleme işlemlerini kısıtlayan bir engelleme bütçesinin olduğu durumda engelleme planları elde edilmiştir (Bkz. Fulkerson ve Harding (1977); McMasters ve Mustin (1970); Wood (1993), İsraeli ve Wood (2002), Cormican vd. (1998); Lim ve Smith (2007)).

Literatürde, tedarik zinciri üzerinde iki rekabetçi firmanın satın alma süreçlerini ŞEP şeklinde ele alan temel aynı yazarlar tarafından aynı yıl yapılmış iki çalışmanın olduğu görülmektedir: (Prince vd. (2013a, 2013b)). Bu çalışmalarda temel olarak tek aşamalı tedarik zinciri üzerinde, engelleme maliyetlerinin konkav olduğu durum dikkate alınmıştır. Modeller, ayrıştırma tekniklerine iyi uyan üç aşamalı karışık tam sayılı programlama ile formüle edilerek, modellerin çözümü için etkin bir kesme düzlemi algoritması geliştirmişlerdir. Bu çalışmada diğer çalışmalardan farklı olarak, kapasiteli ortak aktarma merkezlerinin varlığında Lim ve Smith (2007)'nin çalışması temel alınarak yeni bir problem yapısı geliştirilmiş ve model çözümü için Wood (1993)'un bu tip problemlerin çözümü için geliştirdiği dual alma tekniği kullanılmıştır.

2. ÖNERİLEN MATEMATİKSEL MODEL (MODL)

MODL, Şekil 1'de gösterilen, kapasiteli yönlü arklar üzerinde N düğüm seti ve A ark seti olmak üzere $G = (N, A)$ şekilde tanımlanmıştır. İki aşamalı tedarik zinciri, kapasiteli tedarikçi düğümlerinden ($I \subset N$), kapasiteli aktarma merkezlerinden ($J \subset N$), firmalardan ($F \subset N$), tedarikçiler ile aktarma merkezleri arasındaki arklardan $(i, j) \in A$ ve aktarma merkezleri ile firmalar arasındaki arklardan $(j, f) \in A$ oluşmaktadır.



Şekil 1: Problemde Ele Alınan İki Aşamalı Tedarik Zinciri

Şekil 1’de gösterilen tedarik zinciri yapısında kaynak düğümünden (K) tedarikçi düğümlerine ($I \subset N$) firmalardan ise bataklık düğüme (B) olan akışlar ihmal edilmiştir. Bununla birlikte, her iki firmanın da aynı iki aşamalı tedarik zincirini kullandıkları, aktarma merkezlerinin kapasitelerinin her iki oyuncuya da yettiği, her iki oyuncunun da birbiri hakkında yeterli bilgiye sahip olduğu varsayılmaktadır. Ayrıca lider firmanın elindeki engelleme (*anlaşmaya da kontrat*) bütçesi dâhilinde tedarikçilerde anlaşma yapabildiği dolayısıyla takipçi firmayı engelleyebildiği (*takipçi firmanın ilgili tedarikçiden mal satın almasının engellenmediği*) dikkate alınmıştır. Bu durumda satın alma prosedürü aşağıda tanımlandığı şekilde sıralı olarak gerçekleştirilmektedir;

(i) Öncelikle lider, engelleme bütçe dâhilinde engelleyeceği tedarikçilere karar verip, engelleme işlemini gerçekleştirecektir.

(ii) Daha sonra, takipçi, liderin engellediği tedarikçilerden arta kalan kapasiteyi kullanarak satın alma işlemini tamamlayacaktır.

MODL’de takipçi firma (*follower*) minimum toplam maliyet ile kendi talebini karşılamayı amaçlarken; lider firma (*leader*), tedarikçileri engelleyerek (*düğüm kapasitesini sınırlayarak*) elindeki engelleme bütçesiyle takipçi firmanın başarabildiği minimum toplam maliyeti en büyükmeyi amaçlamaktadır.

Akış, tedarikçilerden $i \in I$, ($i = 1, 2, \dots, n$) aktarma merkezlerine $j \in J$, ($j = 1, 2, \dots, m$), aktarma merkezlerinden ise firmalara ($F \subset N$) doğrudur. Tüm modeller, takipçi firmanın talebine yönelik kurulduğu için aslında F setinde yalnızca bir eleman vardır ($(f = 1); f \in F$). Dolayısıyla $S(F) = 1$ ’dir. Bu amaçla, tüm modellerde f indisi yerine, direkt olarak takipçinin talebini ifade eden (D^T) parametresi kullanılmıştır. Bu durumda, tedarikçilerden, aktarma merkezlerine gerçekleşen akış miktarı (x_{ij}) ve aktarma merkezlerinden firmaya (*takipçiye*) gerçekleşen akış (y_j) takipçinin karar

değişkenleridir. (x_{ij}); hem tedarikçilerin kapasitesi (S_i), hem de aktarma merkezlerinin kapasitesi (H_j) ile sınırlandırılmıştır. Ayrıca, modellerde (c_{ij}) i . tedarikçiden, j . aktarma merkezine taşınacak malın ulaştırma maliyetini; (n_j), j . aktarma merkezinden, takipçinin satın alacağı malın satın alma maliyetini; (D^T) ise takipçinin talep miktarını ifade eden parametrelerdir. Liderin her bir tedarikçiyi engellemesi için katlanması gereken maliyeti (r_i), engelleme bütçesi R ’dir.

Ele alınan iki aşamalı tedarik zinciri yapısında ilişki direkt satıcı (tedarikçi) ve alıcı (firma) arasında gibi görünse de firmalar mallarını aktarma merkezleri üzerinden temin etmektedir. Bu duruma örnek olarak yurt dışından getirtilen malların havalimanları veya deniz limanları gibi ortak noktalarda gümrük işlemleri için bekletilmesi veya akaryakıt dağıtım firmalarının kombine taşımacılık için kapasiteli aktarma merkezlerini kullanmaları verilebilir. Aktarma merkezleri ortak kullanılan noktalar olduğu için aktarma merkezleri engellenmeyecektir. Dolayısıyla, anlaşmalar tedarikçiler ile sağlanıp tedarikçiler ($I \subset N$) üzerinde engelleme yapılacaktır.

Çalışmada, rekabet ortamında akışkan mal satın alma süreci için lider firmanın iki seviyeli *max-min* matematiksel modeli oluşturulmuştur. Daha sonra model tek seviyeli karışık tam sayılı doğrusal modele dönüştürülmüştür. Çalışmanın alt bölümlerinde, ayrı ayrı takipçi ve liderin problemleri aşama aşama modellenmiştir.

2.1. Takipçi Firmanın Probleminin Formülasyonu ve Modelin Duali

2.1.1. MOD: Takipçinin Minimum Maliyetli Mal Satın Alma Modeli

MOD, engelleme olmadığı durumda takipçi firmanın minimum maliyetli satın alma modelidir.

$$z^* = \min_{x,y} \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} c_{ij} x_{ij} + \sum_{j \in J} n_j y_j \quad (1)$$

$$\sum_{j \in J} x_{ij} \leq S_i \quad \forall i \in I \quad : \alpha_i \quad (2)$$

$$\sum_{i \in I} x_{ij} \leq H_j \quad \forall j \in J \quad : \beta_j \quad (3)$$

$$y_j - \sum_{i \in I} x_{ij} \leq 0 \quad \forall j \in J \quad : \delta_j \quad (4)$$

$$\sum_{j \in J} y_j \geq D^T \quad : \lambda \quad (5)$$

$$x_{ij} \geq 0 \quad \forall i \in I, \forall j \in J \quad (6)$$

$$y_j \geq 0 \quad \forall j \in J \quad (7)$$

Modelin amaç fonksiyonu Eş.1'de ifade edilmiştir. Eş.2 ve Eş.3'te ifade edilen kısıtlar, i . tedarikçiden satın alınan mal miktarını, sırasıyla, i . tedarikçinin ve j . aktarma merkezinin kapasiteleri ile sınırlandırmaktadır. Eş.4, akış denge kısıtlarını ifade etmektedir. Eş.5'te ifade edilen kısıt, toplam satın alınan mal miktarının takipçinin talebini

karşılmasını sağlamaktadır. Eş. 6 ve Eş.7, takipçinin karar değişkenleri için pozitiflik kısıtlarıdır. Modelde kısıtların yanında verilen $\alpha_i, \beta_j, \delta_j, \lambda$; kısıtlara ilişkin dual değişkenlerdir. Bu dual değişkenler bir sonraki bölümde içteki en küçükleme probleminin dualini alınırken kullanılacaktır.

2.1.2. MOD-D: Takipçinin Minimum Maliyetli Mal Satın Alma Modelinin Duali

$$z^* = \max_{\alpha, \beta, \delta, \lambda} \sum_{i \in I} S_i \alpha_i + \sum_{j \in J} H_j \beta_j + D^T \lambda \quad (8)$$

$$\alpha_i + \beta_j - \delta_j \leq c_{ij} \quad \forall i \in I, \forall j \in J \quad (9)$$

$$\delta_j + \lambda \leq n_j \quad \forall j \in J \quad (10)$$

$$\alpha_i \leq 0 \quad \forall i \in I \quad (11)$$

$$\lambda \geq 0 \quad (12)$$

$$\beta_j \leq 0; \delta_j \leq 0 \quad \forall j \in J \quad (13)$$

2.2. Lider Firmanın Probleminin Formülasyonu

Bu bölümde lider firmanın problemi iki seviyeli *max-min* yapısında modellenmiş daha sonra doğrusal olmayan tek seviyeli karışık tam sayılı modele çevrilmiştir. İki seviyeli modelde, sabit w_i karar değişkeni için, içteki en küçükleme modeli takipçinin tedarik modelidir. En büyükleme problemi ise liderin problemidir ve liderin karar değişkeni w_i ; $i \in I$ düğümü (*tedarikçiler*) engellenirse 1, diğer durumlarda 0 değerini alacaktır. Liderin amacı, $i \in I$

düğümünü engelleyerek, takipçinin minimum tedarik maliyetini engelleme sayısına bağlı olarak en büyükleme.

2.2.1. MODL-BI: İki seviyeli MODL

MODL-BI, MOD'da takipçi firmanın tedarik ettiği akışkan malların minimum toplam maliyetini engelleme bütçesine bağlı olarak en büyükleme çalışmaktadır.

$$z^* = \max_{w \in W} \min_{x, y} \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} c_{ij} x_{ij} + \sum_{j \in J} n_j y_j \quad (14)$$

$$\sum_{j \in J} x_{ij} \leq S_i (1 - w_i) \quad \forall i \in I \quad : \phi_i \quad (15)$$

$$\sum_{i \in I} x_{ij} \leq H_j \quad \forall j \in J \quad : \beta_j \quad (16)$$

$$y_j - \sum_{i \in I} x_{ij} \leq 0 \quad \forall j \in J \quad : \delta_j \quad (17)$$

$$\sum_{j \in J} y_j \geq D^T \quad : \lambda \quad (18)$$

$$x_{ij} \geq 0 \quad \forall i \in I, \forall j \in J \quad (19)$$

$$y_j \geq 0 \quad \forall j \in J \quad (20)$$

$$W = \left\{ w_i \in \{0,1\} : \sum_{i \in I} r_i w_i \leq R, R \in Z^+ \right\} \quad (21)$$

MODL-BI'de, amaç fonksiyonu Eş.14'te ifade edilmiştir. Eş. 15 ve Eş.16 'da ifade edilen kısıtlar, i . tedarikçiden satın alınan mal miktarını, sırasıyla, i . tedarikçinin ve j . aktarma merkezinin kapasiteleri ile sınırlandırmaktadır. Eş. 15'te, $w_i = 1$ ise, bu lider firmanın i . tedarikçiyi engellediğini göstermektedir. Bu durumda engellenen tedarikçinin kapasitesi sıfırlanacaktır, dolayısıyla takipçi firma bu tedarikçiden mal satın alamayacaktır. Benzer şekilde, $w_i = 0$ olursa, lider firmanın i . tedarikçiyi engellemediği, yani takipçi firma için, i . tedarikçinin kapasitesinde herhangi bir değişiklik olmadığı anlamına gelmektedir. Eş. 17, akış denge kısıtlarını ifade etmektedir. Eş. 18'te ifade edilen kısıt, toplam satın alınan mal miktarının takipçinin talebini karşılmasını sağlamaktadır. Eş. 19 ve Eş. 20, takipçinin karar değişkenleri için pozitiflik kısıtlarıdır.

Eş.21'deki kısıtlar ise belli bir engelleme bütçesi (R) dâhilinde lider firmanın engelleyebileceği tedarikçi sayısını sınırlandırmaktadır. Burada engelleme değişkeni (w_i) 0-1 (*binary*) karar değişkeni, (r_i) ise i tedarikçisini engellemek için gerekli maliyeti gösteren parametredir. Model çözümü için; w karar değişkeni sabit tutularak içteki en küçükleme probleminin duali alınmıştır ve daha sonra w karar değişkeni serbest bırakılmıştır. Böylece, lider firma

için karışık tam sayılı doğrusal olmayan *max-max* modeli elde edilmiştir. Bir sonraki bölümde, doğrusal olmayan bu model doğrusallaştırılmıştır.

2.2.2. MODL: Lider firmanın karışık tam sayılı doğrusal olmayan modeli ve modelin doğrusallaştırılması

Wood (1993) çalışmasında problem yapısı uni-modular olduğunda, liderin karar değişkeninin sabit tutularak iki seviyeli maksimum akış şebeke engelleme modelinin tek seviyeli karışık tam sayılı modele dönüştürülebileceğini ispatlamıştır. Bu tezde de, problem yapısı uni-modular olduğu için modelin tek seviyeye indirgenmesinde bu dönüşüm kullanılmıştır.

Dolayısıyla, w_i karar değişkeninin geçici olarak sabit tutulup içteki en küçükleme modelinin duali alınarak ve daha sonra w_i karar değişkeni serbest bırakılarak, model tek seviyeli (*max-max*) karışık tam sayılı doğrusal olmayan matematiksel modele dönüştürülmüştür. Böylece, iki seviyeli model, aynı amaç fonksiyonu yapısına (*max*) sahip, ancak değişkenlerin farklı setleri üzerinde (*liderin primal değişkeni* (w_i); *takipçinin dual değişkenleri* ($\phi_i, \beta_j, \delta_j, \lambda$)) tek seviyeli modele indirgenmiştir.

$$z^* = \max_w \max_{\phi, \beta, \delta, \lambda} \sum_{i \in I} S_i (1 - w_i) \phi_i + \sum_{j \in J} H_j \beta_j + D^T \lambda \quad (22)$$

$$\phi_i + \beta_j - \delta_j \leq c_{ij} \quad \forall i \in I, \forall j \in J \quad (23)$$

$$\delta_j + \lambda \leq n_j \quad \forall j \in J \quad (24)$$

$$\sum_{i \in I} r_i w_i \leq R \quad (25)$$

$$\phi_i \leq 0 \quad \forall i \in I \quad (26)$$

$$\lambda \geq 0 \quad (27)$$

$$\beta_j \leq 0; \delta_j \leq 0 \quad \forall j \in J \quad (28)$$

$$w_i \in \{0,1\} \quad \forall i \in I \quad (29)$$

Görüldüğü üzere MODL'deki ϕ_i , MOD-D'deki α_i 'nin rolünü üstlenmiştir. Bununla birlikte $\phi_i \leq 0$ ve $w_i \in \{0,1\}$ olduğu bilinmektedir. Dolayısıyla, model eniyilemede herhangi bir kayıp olmaksızın doğrusallaştırılabilir. Bu amaçla $\phi_i(1-w_i)$ yerine, $\mu_i \leq 0$ değişkeni yazılmış ve modele $\mu_i \leq \phi_i + w_i M$ kısıt kümesi (33) ilave edilmiştir (*M yeterince büyük bir sayı*). Eğer en iyi çözümde $w_i = 1$ olursa, $\phi_i S_i(1-w_i)$ ifadesi 0'a; $w_i = 0$ olursa $\phi_i S_i$ 'a eşit olacaktır. Yapılan değişime göre $\phi_i S_i(1-w_i)$ ifadesi yerine artık $S_i \mu_i$ yazılabilir. Yapılan doğrusallaştırmaya göre, en iyi

çözümde $w_i=1$ olursa, $\mu=0$ olmalıdır. En büyükleme problemi için Eş. 33 ve 39'da tanımlanan kısıtlar bu durumu sağlamaktadır. (33). kısıt yeterince büyük sağ taraf değerine sahip olduğunda ve (33) ve (39) kısıtları eş zamanlı düşünüldüğünde $\mu_i = 0$ olacaktır. Aynı şekilde, eğer en iyi çözümde, $w_i = 0$ olursa $\mu_i = \phi_i$ olacaktır. Bu durumda da en büyükleme problemi için (33) ve (39). kısıtlar sağlanacaktır. (33) ve (39). kısıtlar eş zamanlı düşünüldüğünde $\mu_i = \phi_i$ eşitliği doğrulanacaktır. Bu yargılar, doğrusallaştırmanın geçerliliğini kanıtlamaktadır.

2.2.3. MODL-S: MODL'nin tam formülasyonunun son hali

$$z^* = \max_{w, \phi, \beta, \delta, \lambda, \mu} \sum_{i \in I} S_i \mu_i + \sum_{j \in J} H_j \beta_j + D^T \lambda \quad (30)$$

$$\phi_i + \beta_j - \delta_j \leq c_{ij} \quad \forall i \in I, \forall j \in J \quad (31)$$

$$\delta_j + \lambda \leq n_j \quad \forall j \in J \quad (32)$$

$$\mu_i \leq \phi_i + M w_i \quad \forall i \in I \quad (33)$$

$$\sum_{i \in I} r_i w_i \leq R \quad (34)$$

$$\phi_i \leq 0 \quad \forall i \in I \quad (35)$$

$$\lambda \geq 0 \quad (36)$$

$$\beta_j \leq 0; \delta_j \leq 0 \quad \forall j \in J \quad (37)$$

$$\mu_i \leq 0 \quad \forall i \in I \quad (38)$$

$$w_i \in \{0,1\} \quad \forall i \in I \quad (39)$$

(Not: *M yeterince büyük bir sayı)

MODL-S ile lider firma hem engelleme planını elde etmiş hem de engellemeden sonra takipçi firmanın minimum toplam maliyetini belirlemiş olacaktır. Burada, lider firma engelleme sonrası, uygun maliyetli tedarikçilerle anlaşma yaptığı için doğal olarak anlaşma yaptığı tedarikçilere yönelecektir. Dolayısıyla, ilk duruma göre maliyetini düşürmüş olmakla birlikte; engelleme bütçesine göre kar zarar durumu değişkenlik gösterebilecektir. Bu durumda, karar verici (*lider firma*) amacına en uygun politikayı belirlemek zorundadır. Eğer amacı yalnızca takipçi firmayı zarara uğratmak ise engelleme bütçesini oldukça fazla tutmalıdır. Karşı tarafı zarara uğratıp aynı zamanda da kar etmek istiyorsa, ortalama bir

engelleme bütçesi ile bu amacına ulaşabilir. Bunun için de engelleme bütçesinin ne olması gerektiği konusunda ciddi bir analiz yapılması gerekmektedir.

3. UYGULAMA

Yapılan uygulamada, iki rakip firmanın aynı 6 tedarikçiden mal aldığı ve ortak kullanılan aktarma merkezlerinin bulunduğu bir problem tasarlanmıştır. İlk olarak lider firmanın takipçi firmanın önüne geçmek adına belli tedarikçilerin kapasitesini engellediği (*belli bir bütçe karşılığı ilgili tedarikçilerle anlaşma yaptığı*) daha sonra kalan kapasiteden takipçi firmanın mal tedarik ettiği probleme ilişkin bilgiler Tablo 1'de verilmiştir.

Tablo 1: Probleme İlişkin Veriler

Kapasiteler (galon)		Maliyetler (Pb/br)				Satin Alma (n_{jk})	Engelleme (Anlaşma) Maliyeti (r_j)	
Tedarikçiler (U_j)	Aktarma Merkezleri (H_j)	Ulaştırma (c_{ij})						
1.	120	<i>a bölgesi</i> (200)	$c_{1a}=2$	$c_{2c}=1$	$c_{4a}=3$	$c_{5c}=2$	$n_{ak}=2,80$	20
2.	116	<i>b bölgesi</i> (150)	$c_{1b}=8$	$c_{2d}=5$	$c_{4b}=2$	$c_{5d}=3$	$n_{bk}=1,86$	22
3.	150	<i>c bölgesi</i> (200)	$c_{1c}=3$	$c_{3a}=5$	$c_{4c}=7$	$c_{6a}=5$	$n_{ck}=2,75$	21
4.	145	<i>d bölgesi</i> (200)	$c_{1d}=1$	$c_{3b}=3$	$c_{4d}=8$	$c_{6b}=4$	$n_{dk}=1,98$	25
5.	100		$c_{2a}=2$	$c_{3c}=4$	$c_{5a}=4$	$c_{6c}=4$		24
6.	98		$c_{2b}=1$	$c_{3d}=5$	$c_{5b}=4$	$c_{6d}=4$		20

(Not: Talep iki firma için de DL, DT: 350br, Lider firmanın engelleme bütçesi ($R \leq 50$))

Hiç bir engelleme olmadığında, takipçi firma 350 br'lik talebini 1,2 ve 4. tedarikçileri ve b,c ve d bölgesindeki aktarma merkezlerini kullanarak 1200,6 pb'ne (MOD ya da MOD-D ile bulunabilir) karşılayabilmektedir. Bu durumda lider firmada, kalan kapasiteden mal ihtiyacını 3,4,5 ve 6. tedarikçileri ve a, c ve d bölgesindeki aktarma merkezlerini kullanarak 2196,4 pb'ne karşılamaktadır (MOD ya da MOD-D'de takipçi firmanın mal alımı sonrası kapasiteler güncellenerek bulunabilir).

Engelleme bütçesi 50 pb olduğunda, bu kez takipçi firma talebini 3,4,5 ve 6. tedarikçileri ve b,c ve d bölgesindeki aktarma merkezlerini kullanarak 1658,54pb'ne karşılayacak (MODL-S ile bulunur), lider firma ise engellediği (anlaşma yaptığı 1. ve 2.) tedarikçilere yönelerek talebini 1733.46pb'ne 1.2. ve 3. tedarikçileri ve a, c ve d bölgesindeki aktarma merkezlerini kullanarak karşılayacaktır (MOD ya da MOD-D'de takipçi firmanın mal alımı sonrası kapasiteler güncellenerek bulunabilir).

Sonuç olarak, engelleme bütçesi dâhilinde lider firma takipçi firmayı 457,94pb zarara uğratarken, kendisi de mal satın alma açısından 462,94pb kara geçmiştir. Ancak 1 ve 2. tedarikçileri engellediği için engelleme bütçesinin 42pb'ni kullanmıştır. Bu maliyeti de hesaba katıldığında lider firma toplamda 420,94pb hala karlı durumda olduğu görülmektedir.

4. SONUÇ

Firmalar rekabet ortamında ayakta kalabilmek adına satın alma, üretim, pazarlama gibi süreçler için çeşitli politikalar geliştirmektedir. Çalışmada, firmaların rekabet ortamındaki satın alma süreçleri Şebeke Engelleme Problemi şeklinde ele alınmıştır. Bu kapsamda, satın alma sürecinde, bir firmanın (lider) rakip firmayı (takipçi) belli bir engelleme bütçesi dâhilinde maliyetler açısından alt edebileceği iki seviyeli karışık tam sayılı matematiksel model oluşturulmuş, daha sonra bu model tek seviyeye indirgenerek doğrusal karışık tam sayılı modele dönüştürülmüştür. Önerilen nihai modele göre (MODL-S), lider firmanın engelleme bütçesi kapsamında hangi tedarikçileri engellemesi gerektiği ve bu durumda rakip firmanın toplam maliyetinin ne olacağı sorularına cevap bulunmuştur. Lider firma tarafından belirlenen engelleme bütçesinin miktarı lider firmanın engellemeden dolayı ortaya çıkan toplam maliyetini (satın alma maliyeti + engelleme maliyeti) etkilemektedir. Düşük belirlenmesi firmayı kar durumunda tutabilecekken; yüksek belirlenmesi zarar ettirebilir. Bu durumda engelleme bütçesinin ne olması gerektiği karar vericiye bağlıdır. Engelleme ya da tedarikçilerle anlaşma durumu riskli bir süreçtir, tedarikçileri ikna edememe ya da yüksek fiyatlara ikna etme durumları oluşabilir. İleriki çalışmalarda, engelleme durumunda engellemeden dolayı karşılaşılabilecek risk yapıları ya da risk maliyetleri de modele ilave edilerek çok amaçlı modeller oluşturulabilir.

KAYNAKÇA

- Akgün, İ., Tansel, B.Ç. ve Wood, R.K. (2011) "The Multi-Terminal Maximum-Flow Network-Interdiction Problem" *European Journal of Operational Research*, 211(2), 241-251.
- Ball, M.O., Golden, B.L. ve Vohra, R.V. (1989) "Finding the Most Vital Arcs in a Network" *Operations Research Letters*, 8(2), 73-76.
- Bayrak, H. ve Matthew D. Bailey, M.D. (2008) "Shortest Path Network Interdiction with Asymmetric Information" *Networks*, 52(3), 133-140.
- Borrero, J.S., Prokopyev, O.A. ve Sauré, D. (2016) "Sequential Shortest Path Interdiction with Incomplete Information" *Decision Analysis*, 13(1), 68-98.
- Corley, H. ve Chang, H. (1974) "Finding the n Most Vital Nodes in a Flow Network" *Manage Science*, 21, 362-364.
- Corley, H. ve David, Y.S. (1982) "Most Vital Links and Nodes in Weighted Networks" *Operations Research Letters*, 1(4), 157-160.
- Cormican, K.J., Morton, D.P. ve Wood, R.K. (1998) "Stochastic Network Interdiction" *Operations Research*, 46(2), 184-197.
- Fulkerson, D.R. ve Harding, G.C. (1977) "Maximizing the Minimum Source-Sink Path Subject to a Budget Constraint" *Mathematical Programming*, 13(1), 116-118.
- Golden, B. (1978) "A Problem in Network Interdiction" *Naval Research Logistics Quarterly*, 25(4), 711-713.
- Granata, D., Steeger, G. ve Rebennack, S. (2013) "Network Interdiction via a Critical Disruption Path: Branch-and-Price Algorithms" *Computers & Operations Research*, 40(11), 2689-2702.
- Gutfraind, A., Hagberg, A.A., Izraelevitz, D. ve Pan, F. (2010) "Interdiction of a Markovian Evader" Paper presented at the INFORMS Computing Society Conference.
- Israeli, E. ve Wood, R.K. (2002) "Shortest-Path Network Interdiction" *Networks*, 40(2), 97-111.
- Janjarassuk, U. ve Nakrachata-Amon, T. (2016) "A Simulated Annealing Algorithm to the Stochastic Network Interdiction Problem" Paper presented at the IEEE International Conference on Industrial Engineering and Engineering Management.
- Keshavarzi, R. ve Fathabadi, H.S. (2015) "Multi-Commodity Multi-Source-Sinks Network Flow Interdiction Problem with Several Interdictors" *Journal of Engineering and Applied Sciences*, 10(6), 118-122.
- Khachiyan, L., Boros, E., Borys, K., Elbassioni, K., Gurvich, V., Rudolf, G. ve Zhao, J. (2007) "On Short Paths Interdiction Problems: Total and Node-Wise Limited Interdiction" *Theory of Computing Systems*, 43(2), 204-233.
- Lim, C. ve Smith, J.C. (2007) "Algorithms for Discrete And Continuous Multicommodity Flow Network Interdiction Problems" *IIE Transactions*, 39(1), 15-26.
- Lubore, S., Ratliff, H. ve Sicilia, G.T. (1971) "Determining the Most Vital Link in a Flow Network" *Naval Research Logistics Quarterly*, 18(4), 497-502.
- Malik, K., Mittal, A.K. ve Gupta, S.K. (1989) "The k Most Vital Arcs in the Shortest Path Problem" *Operations Research Letters*, 8(4), 223-227.
- McMasters, A.W. ve Mustin, T.M. (1970) "Optimal Interdiction of a Supply Network" *Naval Research Logistics Quarterly*, 17(3), 261-268.
- Nardelli, E., Proietti, G. ve Widmayer, P. (2003) "Finding the Most Vital Node of a Shortest Path" *Theoretical Computer Science*, 296(1), 167-177.
- Prince, M., Smith, J.C. ve Geunes, J. (2013a). "A Three-Stage Procurement Optimization Problem under Uncertainty" *Naval Research Logistics (NRL)*, 60(5), 395-412.
- Prince, M., Geunes, J. ve Smith, J.C. (2013b) "Procurement Allocation Planning with Multiple Suppliers under Competition" *International Journal of Production Research*, 51(23-24), 6900-6922.
- Ratliff, H.D., Sicilia, G.T. ve Lubore, S.H. (1975) "Finding the Most Vital Links in Flow Networks" *Management Science*, 21(5), 531-539.
- Royset, J.O. ve Wood, R.K. (2007) "Solving the Bi-Objective Maximum-Flow Network-Interdiction Problem" *INFORMS Journal on Computing*, 19(2), 175-184.
- Stackelberg, v.H. (1952) "*The Theory of the Market Economy*" London, UK: William Hodge & Co.
- Washburn, A. ve Wood, K. (1995) "Two-Person Zero-Sum Games for Network Interdiction" *Operations Research*, 43(2), 243-251.
- Wollmer, R. (1963) "*Some Methods for Determining the Most Vital Link in a Railway Network*" Santa Monica, California: Rand Corporation.
- Wollmer, R. (1964) "Removing Arcs from a Network" *Operations Research*, 12(6), 934-940.
- Wood, R.K. (1993) "Deterministic Network Interdiction" *Mathematical and Computer Modelling*, 17(2), 1-18.
- Yates, J. ve Sanjeevi, S. (2013) "A Length-Based, Multiple-Resource Formulation for Shortest Path Network Interdiction Problems in the Transportation Sector" *International Journal of Critical Infrastructure Protection*, 6(2), 107-119.