



Modelling and undercutting analysis of beveloid gears

Berat Gürçan Şentürk^{1*} , Mahmut Cüneyt Fetvacı² 

¹Dogus University, Faculty of Engineering, Mechanical Engineering Department, Acıbadem, Istanbul, 34722, Turkey

²Istanbul University Cerrahpasa, Faculty of Engineering, Mechanical Engineering Department, Avcılar, İstanbul, 34320, Turkey

Highlights:

- Mathematical Modelling of Beveloid Gears
- Methods for Avoiding Undercutting
- Verification with Finite Element Analysis

Keywords:

- Beveloid Gears
- Undercutting Analysis
- Positive Profile Shifting
- Asymmetric Rack Cutter
- Finite Element Stress Analysis

Article Info:

Research Article
Received: 25.03.2019
Accepted: 14.10.2019

DOI:

10.17341/gazimmfd.544038

Correspondence:

Author: Berat Gürçan Şentürk
e-mail: bsenturk@dogus.edu.tr
phone: +90 555 604 43 59

Graphical/Tabular Abstract

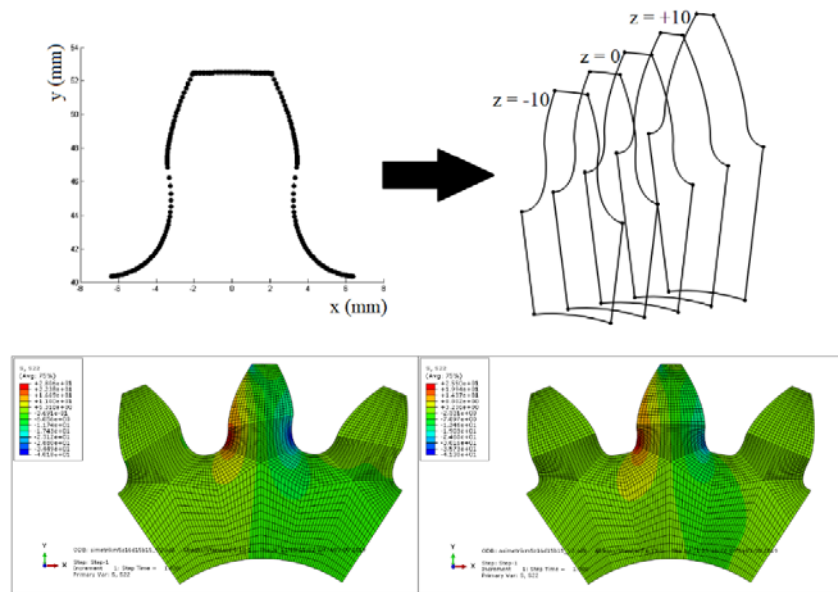


Figure A. Designing process and the stress values of the FEM analysis for the beveloid gear model.

Purpose: The purpose of this study is to obtain a mathematical model for the beveloid gear types to have a 3 dimensional CAD model and also implement methods to prevent undercutting.

Theory and Methods:

For obtaining the mathematical models and forming the cross sectional and 3 dimensional geometries of the gears, MATLAB and SOLIDWORKS software has been used. The finite element analysis has been done by aid of ABAQUS.

Results:

With the aid of the mathematical models, 3 dimensional beveloid gear models has been generated for different design parameters. To avoid undercutting, two different modelling technics such as positive profile shifting and modelling with asymmetrical rack cutter has been used and cross sectional views have showed that especially for the regions around the gear roots, undercutting occurrence is reduced. Also the maximum stress values on the gear roots which received from the finite element analysis are $\sigma = 28.06$ MPa and $\sigma = 25.50$ MPa for the regular conical model and asymmetrical rack cutter application respectively.

Conclusion:

The analysis results indicate that the strength of the gear teeth can be increased by avoiding undercutting. To provide that, positive profile shifting and asymmetric rack cutter methods can be used. For this purpose, modifications on the mathematical models can easily be used and, CAD models can be imported into the finite element analyzing programs.



Beveloid dişli çarkların modellenmesi ve alttan kesme analizi

Berat Gürçan Şentürk^{1*}, Mahmut Cüneyt Fetvacı²

¹Dogus Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Makine Mühendisliği Bölümü, Acıbadem, İstanbul, 34722, Türkiye

²İstanbul Üniversitesi Cerrahpaşa, Mühendislik Fakültesi, Makine Mühendisliği Bölümü, Avcılar, İstanbul, 34320, Türkiye

Ö N E Ç I K A N L A R

- Beveloid Dişlilerin Matematiksel Modellenmesi
- Altan Kesilmenin Giderilmesi İçin Kullanılan Metodlar
- Sonlu Elemanlar Yöntemi ile Doğrulama

Makale Bilgileri

Araştırma Makalesi

Geliş: 25.03.2019

Kabul: 14.10.2019

DOI:

10.17341/gazimmfd.544038

Anahtar Kelimeler:

Beveloid dişliler,
alttan kesme analizleri,
pozitif profil kaydırma,
asimetrik kremayer takım ile
modelleme,
sonlu elemanlar yöntemiyle
gerilme analizi

ÖZET

Beveloid dişliler, konvansiyonel türdeki konik dişlilerden farklı olarak, paralel ve çakışan eksenlerde çalışabilen, evolvent profilli dişli türleridir. Bu özellikleri sebebiyle, oldukça geniş olan kullanım alanları, günümüzde bu dişli tiplerinin dizayn ve optimizasyonu açısından, matematiksel modellerinin ve bilgisayar destekli analizlerinin oluşturulmasını ileri derecede önemli duruma getirmiştir. Altan kesme durumları ise, temas eden dişler arasında yük dağılımını ve kök mukavemetini olumsuz yönde etkileyen önemli bir faktördür. Bu iki konu birlikte göz önüne alındığında, alttan kesme optimizasyonları yapılmış beveloid dişli tiplerinin modellenmesinin, dişli çarklar açısından oldukça geniş çaplı bir alanda yenilik getireceği düşünülmektedir. Altan kesilmenin giderilmesi amacıyla önerilen yöntemler olmasına rağmen, bu yöntemlerin beveloid dişliler üzerinde uygulanması ve elde edilen modellerin, gerilme analizleri ile desteklenmesini içeren bir çalışma henüz mevcut değildir. Bu çalışma kapsamında, özellikle üç boyutlu geometrilerin eriyik yığıma teknolojisi (FDM) yardımıyla oluşturulması için elverişli matematiksel modelleme üzerinde durulmuş ve alttan kesme durumları incelenerek, bu durumların ortadan kaldırılmasını sağlayabilecek modifikasyonlar, matematiksel denklemlerde belirtilmiştir. Sonuç olarak, matematiksel modelleri verilen beveloid dişlilerin, alttan kesmelerin oluştuğu şartlarda, kök kısımlarındaki gerilme dağılımları sonlu elemanlar yöntemi (FEM) ile elde edilmiş ve bu durumların ortadan kaldırılabilmesi amacıyla pozitif profil kaydırma ve asimetrik kremayer takımla imalat yöntemleri kullanılmıştır. Gerilme analizleri sonuçlarında, kök kısımlarında maksimum gerilmenin azaltıldığı görülmüştür. Kullanılan bu iki yöntem yardımıyla beveloid dişlilerde kök mukavemetini arttırmak mümkün olabilecektir.

Modelling and undercutting analysis of beveloid gears

H I G H L I G H T S

- Mathematical Modelling of Beveloid Gears
- Methods for Avoiding Undercutting
- Verification with Finite Element Analysis

Article Info

Research Article

Received: 25.03.2019

Accepted: 14.10.2019

DOI:

10.17341/gazimmfd.544038

Keywords:

Beveloid gears,
undercutting analysis,
positive profile shifting,
asymmetric rack cutter,
finite element stress analysis

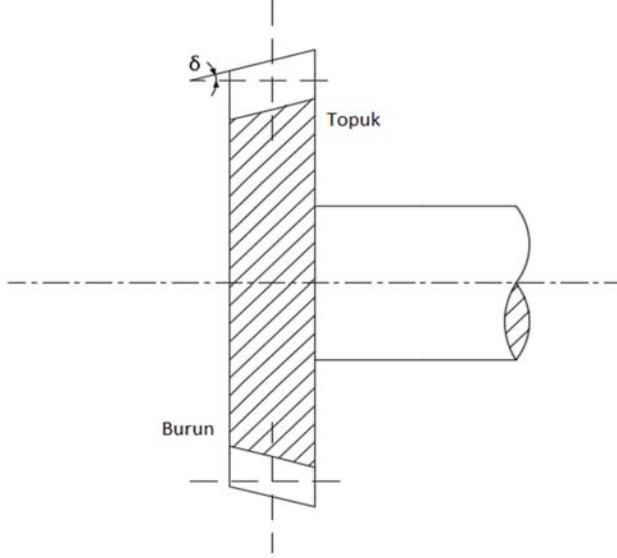
ABSTRACT

Different from conventional conical gear geometries, beveloid gears are gears types, which can work both on parallel and crossed axes. Due to this specialty, their wide field of use has made mathematical models and computer aided analysis extremely important in terms of their optimization and design. Undercutting is an other important factor, which effects the load distribution and root strength in a negative way. Considering these two subjects together, it has thought that, modelling of beveloid gears which has optimization on prevention of undercutting, can bring an innovation in a wide range. Although there are methods suggested to prevent undercutting, a whole study which includes the implementation of the methods on the beveloid gears and stress analysis of the developed models does not exist. In the scope of this work, mathematical modelling which is especially convenient for 3 dimensional modelling with fused deposition modelling method (FDM) has been focused on, undercutting phenomena has been studied and modifications which can help to prevent undercutting has been specified in the equations. Finally, under the conditions which undercutting occurs, stress distribution on the root regions has been generated by finite element method (FEM) and to prevent the undercutting formations, positive profile shifting and production with asymmetrical rack cutter methods has been used. In the result of the stress analysis, it has been seen that, maximum stress values on the root regions has been reduced. By the help of these two methods, it can be possible to increase the strength on the root regions of the beveloid gear models

*Sorumlu Yazar/Corresponding Author: bsenturk@dogus.edu.tr, fetvacic@istanbul.edu.tr / Tel: +90 555 604 43 59

1. GİRİŞ (INTRODUCTION)

Literatürdeki çalışmalarda, beveloid dişliler olarak adlandırılan evolvent profilli konik dişliler, hali hazırda çok geniş bir uygulama alanına sahiptir. Bu türdeki dişlilerin profillerinde, diş genişliği boyunca lineer olarak değişen profil kaydırma vardır ve diş modülü, derinlik boyunca sabit kalmaktadır. Şekil 1’de bir beveloid dişli örneğinin yandan görünüşü verilmiştir.



Şekil 1. Beveloid Dişli Modelinin Yandan Görünüşü
(Side view of the beveloid gear model).

Beveloid dişliler, paralel eksenlerin yanı sıra kesişen veya aykırı eksenlerde de çalışabilirler. Başka bir önemli özellikleri ise yan boşluk (backlash) ayarlamalarına uygun olmalarıdır. Diş genişliklerinin sivri kısımlara doğru azalması sebebiyle, evolvent konik dişlilerde yan boşluk iyileştirmeleri, aksenal düzenlemeler yardımıyla, yuvarlanma daireleri çapları değiştirilmeksizin yapılabilmektedir [1]. Konik evolvent profilli dişlilerin kullanım alanlarına örnek olarak, özel otomobil şanzımanları, redüktörler ve yat şanzımanları ve robotikte kullanılan dişli sistemleri verilebilir.

Altan kesme ise, evolvent profilli konik dişliler için, minimum diş sayılarının altında imal edilme ve koniklik açısının büyük olması durumlarında kritik hale gelen, alın kesit üzerinde diş dipleri yani kök kısımlarının daralması olayıdır [2]. İstenmeyen bir durum olma sebebi ise çalışma esnasında gerilme yığılmasına sebep olmaktadır. Dolayısıyla, alttan kesme, özellikle dişli çarkların kök bölgelerinde çalışma esnasında hasarların oluşmasının önemli bir sebebidir. Beveloid dişlilerin modellenmesinde alttan kesme durumlarını gideren modifikasyonların matematiksel modellere eklenmesi ve sonlu eleman analizleri (FEM) yardımıyla test edilmesi bu sebeple büyük bir önem arz etmektedir. Alttan kesmeye uğrayan dişlerde, kök kısımları temas esnasında karşılık gelen evolvent profil

ile birlikte çalışmaz ve kavrama oranı düşer. Beveloid (evolvent profilli konik) dişlilere ait üretim yöntemleri ve alttan kesme iyileştirmeleri ile ilgili ilk çalışmalar Mitome [3] tarafından yapılmıştır. Mitome, bu çalışmada, evolvent profilli konik dişli çarkların üretim sistemini açıklamış ve kesici takım geometrilerini belirleyen bir metot geliştirerek, düz ve helisel konik dişli çarkların dizayn edilebileceğini göstermiştir. Her iki türdeki dişli tipleri için alttan kesme durumlarını gideren katsayıları tanımlamıştır. Liu ve Tsay [4] ise, beveloid dişliler için farklı bir matematiksel model ortaya koymuşlar ve alttan kesmenin hangi durumlarda ortaya çıktığını dişli parametrelerine sınırlar getirerek belirtmişlerdir. Burada, alttan kesme durumları matematiksel olarak ifade edilerek nümerik bir çözüm önerisi verilmiştir. Alttan kesme durumlarından kurtulmak amacıyla belirtilen pratik çözümlerden ilki, helisel dişliler için kremayer takımında kavrama açılarının büyütülmesi, diğeri ise düz beveloid dişliler için kremayer diş derinliklerinin değişken olmasıdır. Helisel beveloid dişlilerde, helislik nedeniyle asimetri olduğundan, bir tarafta görülebilecek alttan kesmeyi önlemek için takım asimetrik dizayn edilir. Asimetrik uçlu takım kullanılarak imal edilen dişli çarkların dişdibi eğilme gerilmelerinde %10 azalma elde edilebilmektedir [5]. Ayrıca takım uç yarıçapının artırılması ile diş dibindeki gerilmeler daha da azaltılabilmektedir [6]. Profil kaydırma yöntemi de alttan kesme durumlarının azaltılmasında önemli bir metot olarak karşımıza çıkmaktadır. Dişli çark imalatında pinyon-tipi takımlarda yaygın olarak kullanılmaktadır. Fetvacı, pinyon-tipi takımla profil kaydırmanın dişli geometrisine olan etkilerini incelemiştir [7]. Beveloid (evolvent konik) dişlilerin genel matematiksel ifadesi ile ilgili bir diğer önemli çalışma ise Brauer [8] tarafından yapılmıştır. Brauer, çalışmalarında benzer olarak, alttan kesme durumlarının iyileştirmesine olanak veren ve “burun modifikasyon katsayısı” olarak isimlendirdiği katsayıları tanımlayarak, bunları matematiksel ifadelerle ilave etmiştir. Daha sonra bu yöntem ve formülasyonlar, evolvent profilli konik dişli çarkların modellenmesinde yaygın olarak kullanılmıştır.

Song vd. [9] düz beveloid dişli çarkların kavrama rijitliğini potansiyel enerji metodu kullanarak modellemişler ve analiz etmişlerdir. Kavrama açısının, koni açısının, baş yükseklik faktörünün ve profil kaydırma faktörünün kavrama rijitliği üzerindeki etkilerini incelemiştir. Brecher vd. [10] tarafından yapılan çalışmalarda ise paralel eksenlerde çalışan beveloid dişli köklerinin yük kapasiteleri, bilgisayar destekli hesaplamalar ve deneysel veriler yardımıyla araştırılmıştır. Ayrıca, Li [11] tarafından yapılan çalışmada, diş başı yüksekliklerindeki artışın temas gerilmelerinin azaltılmasına olan etkisi incelenmiştir. Tüm bunlara ek olarak beveloid dişlilerin imalatı ve çalışma koşullarının iyileştirilmesi ile ilgili çalışmalar günümüzde aktif olarak devam etmektedir. Bunlara örnek olarak, beveloid dişlilerde konkavlık modifikasyonlarının matematiksel modellenmesi ve temas analizleri [1], ayrıca çakışan eksenlerde çalışan beveloid dişlilerde parabolik modifikasyonlar ve etkileri ile ilgili çalışmalar verilebilir [12].

Yukarıda bahsedilen ve özellikle alttan kesme durumlarının incelendiği Brauer [2], Mitome [3] ve Liu ve Tsay [4] tarafından yapılmış olan çalışmalarda, alttan kesmenin olduğu durumları giderebilecek yöntemler belirlenmiş ve matematiksel modellere eklenmiştir. Ancak, sonuçta ortaya çıkan beveloid dişlilere ait 3 boyutlu modeller ve gerilme analizlerine yer verilmemiştir. Fetvacı tarafından hazırlanan çalışmada ise evolvent düz dişliler için alttan kesmenin bilgisayar simülasyonu yapılmıştır [13]. Sunulan bu çalışmada ise, beveloid dişliler için 3 boyutlu modellerin eriyik yığıma teknolojisi (FDM) v.b. yöntemler ile elde edilebilmesini sağlayabilecek matematiksel modeller en elverişli şekilde verilmiş, alttan kesme durumlarını, gidermek amacıyla önerilen yöntemler ise dişlilerin matematiksel modellerine uygulanarak, sonlu elemanlar yöntemi (FEM) ile test edilmiştir. Bu yöntemler sırasıyla, pozitif profil kaydırma ve asimetrik kremayer takım ile imalat yöntemleridir. Beveloid dişlilerde, helislik ve konikliği oluşturan açıların değişmesi durumunda, farklı kesitlerde bu yöntemlerin etkileri gösterilmiştir. Elde edilen sonuçlarda, kesit resimleri ve sonlu eleman analizleri sonuçlarında, standart beveloid dişli profilleri ve alttan kesmeyi önleyici modifikasyonlara sahip modeller karşılaştırılmış, ortaya çıkan değişiklikler açıkça verilmiştir. Beveloid dişlilerde, özellikle kritik kesit olarak belirtilen kök kısımlarda maksimum gerilme değerlerinin önerilen yöntemler yardımıyla düşürülebildiği görülmektedir. Bu sonuçlar ve alttan kesme durumlarının, beveloid dişliler için giderilmesini sağlayan matematiksel modellerin açık şekilde ifade edilmiş olması bu çalışmanın özgün yanını ortaya koymaktadır.

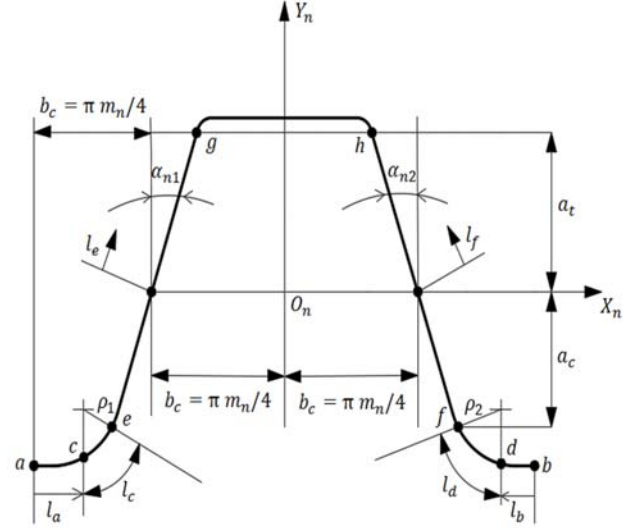
Bu amaca yönelik çalışmalar esnasında, takım denklemlerinin tanımlanması, kesit resimleri ve eğrilerin elde edilmesi esnasında MATLAB, katı modelleme için ise SOLIDWORKS programından faydalanılmıştır. MATLAB programı yardımıyla elde edilen ve matematiksel modeller çözümlenerek, çözümlerden elde edilen koordinatlar SOLIDWORKS dahilinde evolvent ve kök kısımlarını oluşturan eğriler olarak tanımlanmıştır, bu eğriler katı modelleme komutları yardımıyla 3 boyutlu dişli CAD modellerine dönüşmektedir. Bu esnada oluşturulan modeller, hali hazırda bilinen yöntemler ve alttan kesmeyi gideren modifikasyonları içeren modellerdir, 3 boyutlu modeller daha sonra HYPERMESH programı içerisine tanımlanarak, sonlu elemanlardan oluşan ağ (MESH) modelleri elde edilmiş ve eleman sayılarına göre optimize edilmiştir. Bu modellerin gerilme analizleri için ise ABAQUS paket programı kullanılmıştır.

2. DIŞ YÜZEYİNİN MATEMATİKSEL MODELLENMESİ (MATHEMATICAL MODELLING OF THE TOOTH SURFACE)

2.1. Kremayer Takımın Matematiksel Modellenmesi (Mathematical Modelling Of The Rack Cutter)

Merritt' in dişli oluşturma konseptinden hareketle, dişliyi oluşturduğu düşünülen kremayer takımın geometrisinden hareketle bir dişli takımını elde edilebilir. Kremayer takıma ait

taksimat düzlemi dişlinin dönme eksenine paralel ve koniklik açısına eşit bir açı oluşturmaktadır [14]. Şekil 2'de kremayer takıma ait kesit resmi kartezyen koordinat sisteminde görülmektedir. Burada $S_n(X_n, Y_n, Z_n)$ koordinat sistemi, kremayer takıma ait genel koordinat sistemidir, a_c ve b_c parametreleri ise sırasıyla, kesici takıma ait dişbaşı yüksekliğini ve diş kalınlığının yarısını belirtmektedir. m_n sembolü normal modülü, α_{n1} ve α_{n2} sembolleri ise normal kavrama açılarını ifade etmektedir.



Şekil 2. Normal Kesitte Kremayer Takım Geometrisi
(Geometry of the Rack Cutter on the Normal Section).

İmal edilen dişlinin evolvent kısımlarını oluşturacak olan \overline{fh} ve \overline{eg} bölgeleri S_n koordinat sisteminde aşağıdaki Eş. 1, Eş. 2'deki gibi tanımlanabilir [15].

$$R_n^{eg} = \begin{bmatrix} x_n^{eg} \\ y_n^{eg} \\ z_n^{eg} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -b_c + l_e \sin(\alpha_{n1}) + c_y \pi m_n \\ l_e \cos(\alpha_{n1}) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$R_n^{fh} = \begin{bmatrix} x_n^{fh} \\ y_n^{fh} \\ z_n^{fh} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_c - l_f \sin(\alpha_{n2}) + c_y \pi m_n \\ l_f \cos(\alpha_{n2}) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

l_e ve l_f değerleri dizayn parametreleridir ve sırasıyla; (Eş. 3, Eş. 4)

$$-a_c / \cos(\alpha_{n1}) \leq l_e \leq a_t / \cos(\alpha_{n1}) \quad (3)$$

$$-a_c / \cos(\alpha_{n2}) \leq l_f \leq a_t / \cos(\alpha_{n2}) \quad (4)$$

olarak ifade edilebilirler [15]. c_y değeri ise 0,1,2... olarak seçilerek kremayer takım ve imal edilen dişli çark istenen diş sayısında gösterilebilir.

Üretilen dişlide kök kısımlarını kremayer üzerindeki \overline{df} ve \overline{ce} bölgeleri oluşturmaktadır. Bu kısımlar da S_n koordinat sistemi üzerinde Eş. 5, Eş. 6'daki gibi tanımlanabilir [15].

$$R_n^{ce} = \begin{bmatrix} x_n^{ce} \\ y_n^{ce} \\ z_n^{ce} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -b_c - a_c \tan(\alpha_{n1}) - \rho_1 \cos(\alpha_{n1}) + \rho_1 \sin(l_c) + c_y \pi m_n \\ -a_c + \rho_1 \sin(\alpha_{n1}) - \rho_1 \cos(l_c) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$R_n^{df} = \begin{bmatrix} x_n^{df} \\ y_n^{df} \\ z_n^{df} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_c + a_c \tan(\alpha_{n2}) + \rho_2 \cos(\alpha_{n2}) - \rho_2 \sin(l_d) + c_y \pi m_n \\ -a_c + \rho_2 \sin(\alpha_{n2}) - \rho_2 \cos(l_d) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (6)$$

l_c ve l_d değerleri dizayn parametreleridir ve sırasıyla; (Eş. 7, Eş. 8)

$$0 \leq l_c \leq 90^\circ - \alpha_{n1} \quad (7)$$

$$0 \leq l_d \leq 90^\circ - \alpha_{n2} \quad (8)$$

olarak ifade edilmektedirler [15]. Son olarak, taban kısımlarını oluşturan \overline{bd} ve \overline{ac} bölgeleri ise kremayer üzerinde Eş. 9, Eş. 10

$$R_n^{ac} = \begin{bmatrix} x_n^{ac} \\ y_n^{ac} \\ z_n^{ac} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{\pi m_n}{2} + l_a + c_y \pi m_n \\ -a_c + \rho_1 \sin(\alpha_{n1}) - \rho_1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$R_n^{bd} = \begin{bmatrix} x_n^{bd} \\ y_n^{bd} \\ z_n^{bd} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\pi m_n}{2} - l_b + c_y \pi m_n \\ -a_c + \rho_2 \sin(\alpha_{n2}) - \rho_2 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (10)$$

şeklinde tanımlamak mümkündür [15]. Bu denklemlerde, l_a ve l_b değerleri dizayn parametreleridir ve sırasıyla; Eş. 11, Eş. 12

$$0 \leq l_a \leq b_c - a_c \tan(\alpha_{n1}) - \rho_1 \cos(\alpha_{n1}) \quad (11)$$

$$0 \leq l_b \leq b_c - a_c \tan(\alpha_{n2}) - \rho_2 \cos(\alpha_{n2}) \quad (12)$$

olarak ifade edilebilir [15]. Kremayer takımın koniklik ve helislik açıları kadar yer değiştirmesi, kendi koordinat sistemi $S_n(X_n, Y_n, Z_n)$ ile dişliye ait koordinat sistemi $S_1(X_1, Y_1, Z_1)$ arasındaki dönüşümler vasıtasıyla elde edilebilmektedir. Normal kesitte ifade edilen takım geometrisinin, koniklik ve helislik için alın kesitte ifade edilmesi gerekmektedir. Şekil 3’de kremayer takım ile yuvarlanma (diş açma) prosesi için koordinat sistemleri arasındaki ilişki görülmektedir.

Burada konikliği ve helisliği sağlayan dönüşüm matrisleri sırasıyla; Eş. 13, Eş. 14

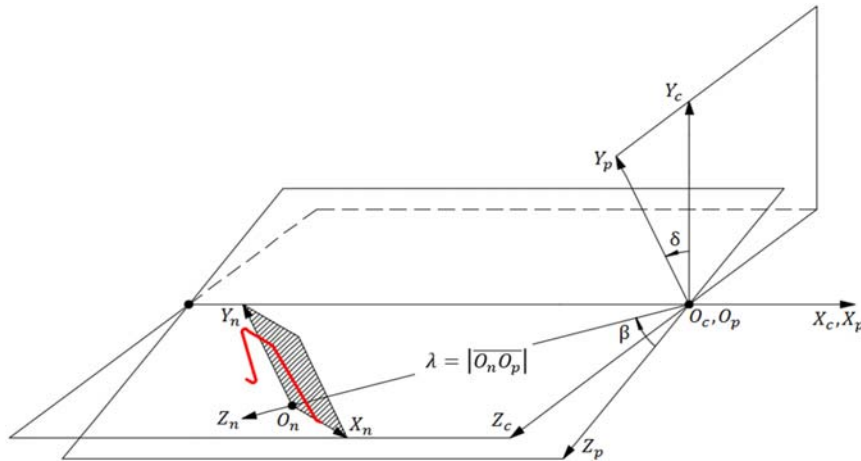
$$M_{cp} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\delta) & -\sin(\delta) & 0 \\ 0 & \sin(\delta) & \cos(\delta) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$M_{pn} = \begin{bmatrix} \cos(\beta) & 0 & -\sin(\beta) & \lambda \sin(\beta) \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin(\beta) & 0 & \cos(\beta) & -\lambda \cos(\beta) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (14)$$

olarak tanımlanabilir. Bu matrislerde δ konik açısı, β ise helisliği tanımlayan açıdır. λ ise kremayera ait koordinat sistemi S_n ile sabit koordinat sistemi S_c nin orijinleri arasındaki öteleme miktarıdır. λ parametresinin tanımlanması ile birlikte, z ekseninde tanımlı herhangi bir diş derinliği için, beveloid dişliye ait 2 boyutlu alın kesit resimlerini elde etmek mümkün olacaktır.

Böylece, M_{cn} matrisi, M_{cp} ve M_{pn} matrislerinin çarpımları sonucu Eş. 15’deki gibi elde edilebilmektedir.

$$M_{cn} = \begin{bmatrix} \cos(\beta) & 0 & -\sin(\beta) & \lambda \sin(\beta) \\ -\sin(\beta) \sin(\delta) & \cos(\delta) & -\cos(\beta) \sin(\delta) & \lambda \cos(\beta) \sin(\delta) \\ \cos(\delta) \sin(\beta) & \sin(\delta) & \cos(\beta) \cos(\delta) & -\lambda \cos(\beta) \cos(\delta) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (15)$$



Şekil 3. Koordinat Sistemleri Arasındaki İlişki (Relations Among Coordinate Systems).

Tüm bu işlemler sonucu kremayere ait konum vektörü R_c^i Eş. 16'daki gibi elde edilmektedir.

$$R_c^i = [M_{cn}]R_n^i \quad (16)$$

R_c^i vektörünün x, y, ve z eksenlerindeki bileşenleri; Eş. 17

$$\begin{aligned} x_c^i &= x_n^i \cos(\beta) + \lambda \sin(\beta) \\ y_c^i &= y_n^i \cos(\delta) + \lambda \cos(\beta) \sin(\delta) - x_n^i \sin(\delta) \sin(\beta) \\ z_c^i &= y_n^i \sin(\delta) - \lambda \cos(\beta) \cos(\delta) + x_n^i \cos(\delta) \sin(\beta) \end{aligned} \quad (17)$$

olarak bulmak mümkün olacaktır. Burada z_i , kartezyen koordinat sistemine göre z ekseninde seçilen herhangi bir noktadır. Bir sonraki aşamada, kesici takım yüzeyine ait normal vektörler, diferansiyel geometri esaslarından yararlanılarak, Eş. 18'deki denklem yardımıyla elde edilebilir [4, 16].

$$n_c^i = \frac{\frac{\partial R_c^i}{\partial t_j} \times \frac{\partial R_c^i}{\partial \rho}}{\left| \frac{\partial R_c^i}{\partial t_j} \times \frac{\partial R_c^i}{\partial \rho} \right|} \quad (18)$$

Bu ifadede, i ve j indisleri sırasıyla, (i= ac,.....,fh) ve (j = a,.....,f) olarak değişmektedir.

2.2. İmal Edilen Dişlinin Modellenmesi
(Modelling Of The Manufactured Tooth Surface)

İmal edilecek olan dişli ile kremayer takımın koordinat sistemleri arasındaki ilişki Şekil 4'de görülmektedir. Burada, $S_1(X_1, Y_1, Z_1)$ ve $S_n(X_n, Y_n, Z_n)$ dişli çarka ve kremayer takıma ait koordinat sistemleri olmakla birlikte, $S_c(X_c, Y_c, Z_c)$ sabit koordinat sistemidir. Ayrıca, r_1 dişliye ait taksimat yarıçapı, P_0 yuvarlanma noktasıdır. Şekil 4'de detaylı olarak görüldüğü üzere, yuvarlanma prosesi detaylı olarak incelendiğinde, dişli taslağı sabit koordinat sistemi

S_c 'ye göre ϕ_1 açısı kadar dönecek ve kremayer takım, I-I eksenine göre $r_1\phi_1$ kadar ötelenecektir.

Yuvarlanma prosesi göz önüne alındığında, kremayer takım ve dişli çarkın koordinat sistemleri arasındaki bağ; Eş. 19'daki gibi

$$M_{1c} = \begin{bmatrix} \cos(\phi_1) & \sin(\phi_1) & 0 & r_1(\sin(\phi_1) - \phi_1 \cos(\phi_1)) \\ -\sin(\phi_1) & \cos(\phi_1) & 0 & r_1(\cos(\phi_1) + \phi_1 \sin(\phi_1)) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (19)$$

Olaacaktır. Bu dönüşümler sonucunda, dişli çarkın evolvent, kök ve taban kısımlarının koorinatları Eş. 20'nolu denklem yardımıyla, S_1 koordinat sisteminde ifade edilebilir [16].

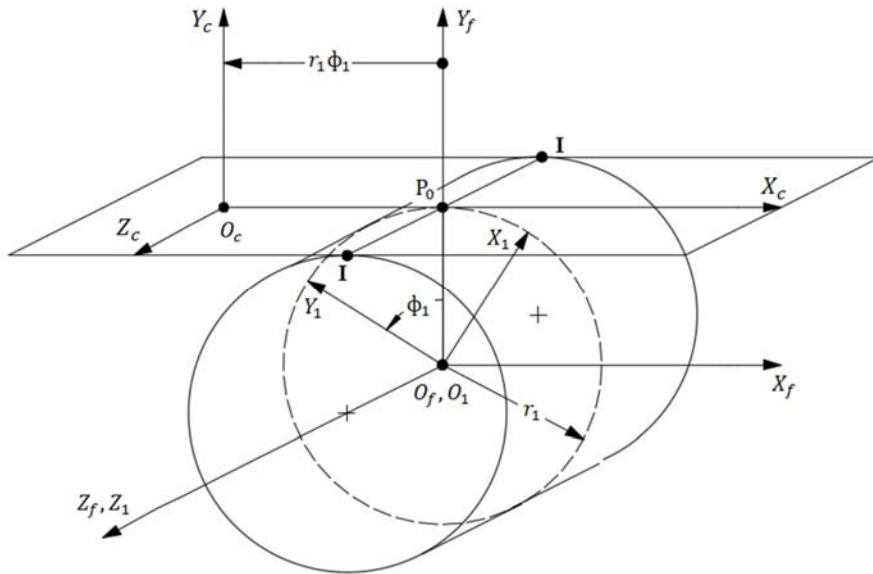
$$R_1^i = [M_{1c}]R_c^i \quad (20)$$

Burada i indisi (i=ac.....fh) olarak değişmektedir. Dişli çarka ait yuvarlanma açısı ϕ_1 ise, dişli ana kanunu göz önüne alınarak hesaplanabilir. Dişli ana kanuna göre, temas yüzeylerine ait ortak normaller, I-I ani dönme ekseninden geçmelidirler. Bu esasa göre eş çalışma denklemi Eş. 21'deki gibi yazılabilir [16].

$$\frac{x_c^i - x_c^i}{n_{xc}^i} = \frac{y_c^i - y_c^i}{n_{yc}^i} = \frac{z_c^i - z_c^i}{n_{zc}^i} \quad (21)$$

Bu denklemde, X_c^i, Y_c^i ve Z_c^i I-I ani dönme ekseninde bulunan herhangi bir noktanın koordinatları, n_{xc}^i, n_{yc}^i ve n_{zc}^i ise n_c^i yüzey birim normalinin doğrultman kosinüsleridir. Eş. 21'nolu denklemden yararlanılarak ϕ_1 açısını; Eş. 22

$$\phi_1 = \frac{(y_c^i n_{xc}^i - x_c^i n_{yc}^i)}{r_p^i n_{xc}^i} \quad (22)$$



Şekil 4. Kremayer Takım ve Dişli Koordinatları Arasındaki İlişki
(Coordinate Relationship Between the Rack Cutter and Generated Gear).

olarak elde etmek mümkündür. z ekseninde tanımlı herhangi bir diş derinliği z_b için, beveloid dişliye ait 2 boyutlu kesit resimlerini, kremayere ait koordinat sistemi S_n ile sabit koordinat sistemi S_c arasındaki öteleme miktarı λ 'yı Eş. 23'deki gibi tanımlayarak elde etmek mümkün olmaktadır [17].

$$\lambda = \frac{(z_i + y_n^i \sin(\delta) + x_n^i \cos(\delta) \sin(\beta))}{\cos(\beta) \cos(\delta)} \quad (23)$$

Olarak bulmak mümkün olacaktır. Burada z_i , kartezyen koordinat sistemine göre z ekseninde seçilen herhangi bir noktadır. Dolayısı ile oluşturulan dişlinin yüzey koordinatları S_i koordinat sistemi üzerinde sırasıyla, x_i y_i ve z_i olacaktır. Dönme düzlemindeki kavrama açıları ise; Eş. 24

$$\alpha_{t1} = \tan^{-1} \left(\frac{\cos \alpha_{n1} \sin \beta \sin \delta + \sin \alpha_{n1} \cos \delta}{\cos \alpha_{n1} \cos \beta} \right)$$

$$\alpha_{t2} = \tan^{-1} \left(\frac{-\cos \alpha_{n2} \sin \beta \sin \delta + \sin \alpha_{n2} \cos \delta}{\cos \alpha_{n2} \cos \beta} \right) \quad (24)$$

olacaktır. Son olarak üretilen dişliye ait dişbaşı ve dişdibi dairelerinin yarıçapları aşağıdaki şekilde hesaplanabilir [2]. Diş başı ve diş dibi daireleri yarıçapları sırasıyla: Eş. 25, Eş. 26

$$r_1 = z_b \tan(\delta) + R + (m_n / \cos(\delta)) \quad (25)$$

$$r_2 = z_b \tan(\delta) + R - (1.25 m_n / \cos(\delta)) \quad (26)$$

olarak hesaplanabilir, bu denklemlerde, "R" taksimat daireleri yarıçapını, ifade etmektedir.

2.3. 3 Boyutlu Dişli Modelinin Oluşturulması (3 Dimensional Modelling of the Gear Tooth)

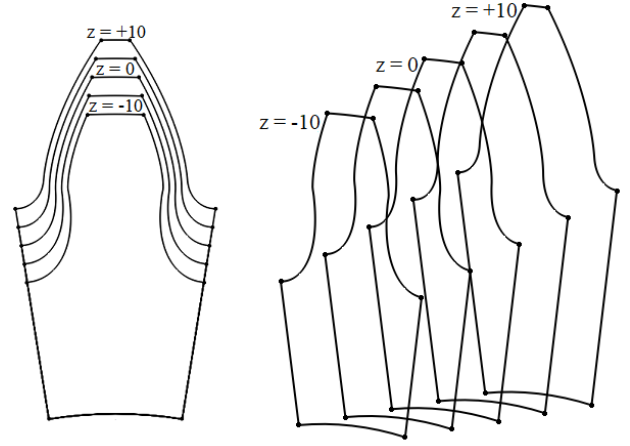
3 boyutlu dişli modellerinin oluşturulabilmesi amacıyla, MATLAB programı yardımıyla, alın kesitte 2 boyutlu dişli profillerinde sırasıyla evolvent, kök ve taban kısımlarını oluşturan noktaların koordinatları, SOLIDWORKS programına aktarılmış ve LOFT komutu yardımıyla 2 boyutlu profiller birleştirilmiştir.

Verilen bilgiler doğrultusunda, matematiksel ifadelerle uygun olarak oluşturulan evolvent profilli düz konik dişli modeli Şekil 5 ve Şekil 6'da görüldüğü gibi elde edilmiştir. Bu modelde normal modül $m_n = 5$ mm, diş sayısı $T = 20$, koniklik açısı $\delta = 15^\circ$, diş genişliği $b = 20$ mm olarak belirlenmiştir.

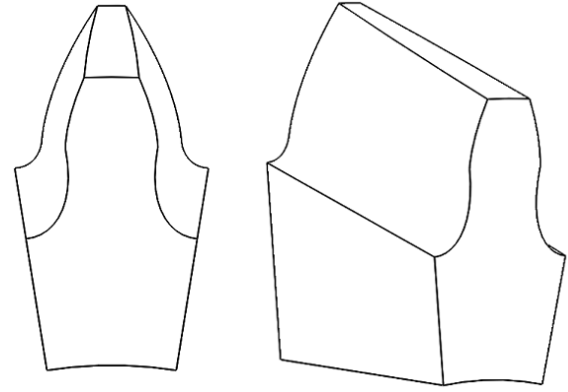
3. ALTTAN KESME DURUMUNUN ÖNLENMESİ (PREVENTION OF UNDERCUTTING)

3.1. Pozitif Profil Kaydırma (Positive Profile Shifting)

İmalat esnasında pozitif profil kaydırma yapmak, alttan kesmeyi önlemek amacıyla kullanılan önemli bir yöntemdir. Bu durumda takım, taslağa göre pozitif yönde yukarı çekilmektedir. Bu düzenlemeler kremayer takım parametreleri için profil kaydırma faktörü x_i olarak seçildiğinde; (Eş. 27,-Eş. 31)



Şekil 5. Evolvent Konik Dişli Modeli Kesit Görüntüleri
(Cross Sectional Views of the Straight Involute Conical Gears).



Şekil 6. 3 Boyutlu Evolvent Konik Dişli Modeli
(3 Dimensional Involute Conical Gear Model).

$$0 \leq l_a \leq \left(\frac{\pi m_n}{4} \right) - a_c \tan(\alpha_{n1}) - \rho_1 \cos(\alpha_{n1}) - m_n x_i \tan(\alpha_{n1}) \quad (27)$$

$$0 \leq l_b \leq \left(\frac{\pi m_n}{4} \right) - a_c \tan(\alpha_{n2}) - \rho_2 \cos(\alpha_{n2}) - m_n x_i \tan(\alpha_{n2}) \quad (28)$$

$$a_t = m_n (1 + x_i) \quad (29)$$

$$a_c = m_n (1 - x_i) \quad (30)$$

$$b_c = (\pi m_n / 4) + (x_i m_n \tan(\alpha_{n1})) \quad (31)$$

olacaktır. Profil kaydırma faktörü x_i ise; Eş. 32'deki gibi

$$x_i = \frac{\cos(\beta)}{\cos(\delta)} - \frac{T \sin(\alpha_t)^2}{2} \quad (32)$$

hesaplanabilir [3]. Burada, α_t alın kavrama açısını ifade etmektedir. Aşağıdaki şekilde sırasıyla, normal yöntemlerle oluşturulan ve pozitif profil kaydırma uygulanmış dişlilerin alın kesit resimleri görülmektedir. Şekil 7a ve Şekil 7b'de, $m_n = 5$ mm, $T = 20$, $\delta = 15^\circ$, $\beta = 0^\circ$ dir. Diş genişliği $z_i = -10$ mm diş genişliğindeki alın kesit görüntüsü görülmektedir.

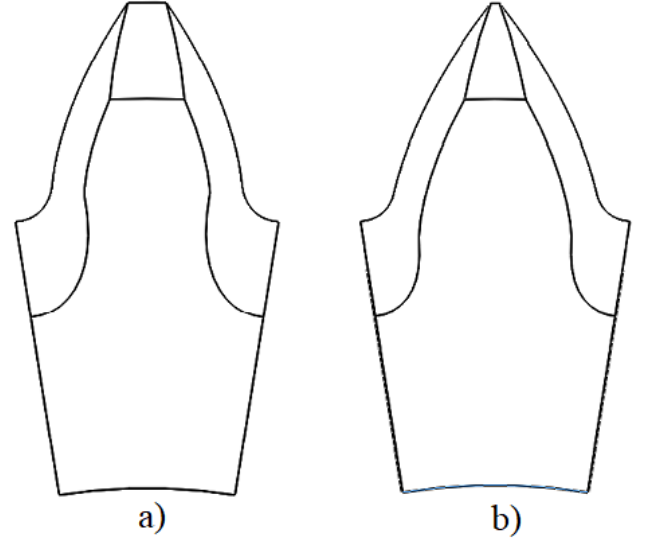
Şekil 8’de ise, $m_n = 5\text{mm}$, $T = 16$, $\delta = 10^\circ$, $\beta = 15^\circ$ dir. Diş genişliği $z_i = -10\text{mm}$ deki alın kesit görüntüsü görülmektedir.

Evolvent profilli, konik dişli modeline uygulanan pozitif profil kaydırma sonucu elde edilen dişli modeli Şekil 9b’de gösterilmiştir. Bu modelde, $m_n = 5\text{mm}$, $T = 20$, $\delta = 15^\circ$, $b = 20\text{mm}$ dir. Profil kaydırma faktörü $x_i = 0.5$ olarak alınmıştır. Topuk tarafında sivri tepe tehlikesi görülmektedir.

Şekil 10 ve Şekil 11’de ise, farklı koniklik açılarında, minimum profil kaydırma faktörü x_i nin değişimi görülmektedir. Şekil 10’da, koniklik açısı $\delta = 0^\circ$ ile 15° arasında değişmektedir ve helislik açısı $\beta = 0^\circ$ dir. Şekil 11’de ise, koniklik açısı $\delta = 10^\circ$ ile 30° arasında değişmektedir ve helislik açısı $\beta = 20^\circ$ dir.

3.2. Asimetrik Takım ile İmalat (Generating With the Asymmetric Rack Cutter)

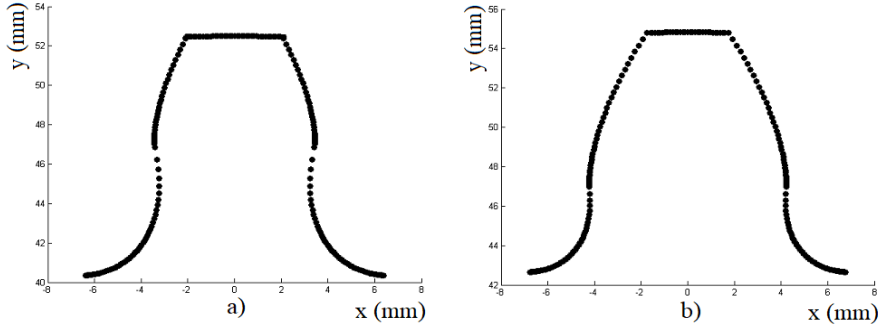
Pozitif profil kaydırmanın yanı sıra, alttan kesme durumlarını önlemek için kullanılacak bir diğer yöntem, helisel konik dişlilerde asimetrik profilli kremayer takımla imalat yapılmasıdır [3,15]. Asimetrik kavrama açıları ile imal edilmiş ve alttan kesme gözlemlenen modellerin, alın kesit resimleri Şekil 12’de görülmektedir. Burada, $m_n = 5\text{mm}$, $T = 16$, $\delta = 15^\circ$, $\beta = 15^\circ$ dir. alın kesit görüntüsü $z_i = 0$ mm için alınmıştır. Burada asimetrik model için kavrama açıları sırasıyla, $\alpha_{n1} = 26.6873^\circ$, $\alpha_{n2} = 20^\circ$ dir.



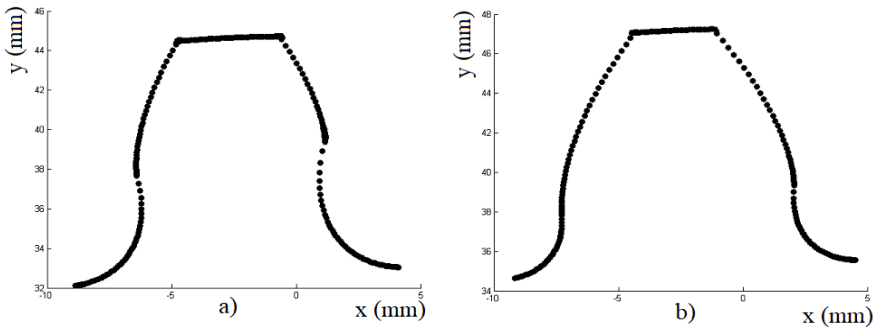
Şekil 9. Düz Beveloid Dişlilerin 3 Boyutlu Modeli a) Alttankesmeye Uğramış b) Pozitif Profil Kaydırma Yapılmış Modeller (3D Models of Straight Beveloid Gear Teeth a)With Undercutting b) Positive Profile Shifted).

4. SONLU ELEMAN MODELLEME (FINITE ELEMENT MODELLING)

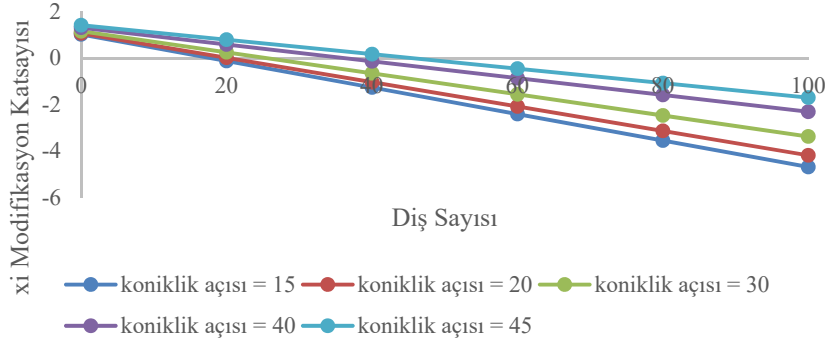
3 boyutlu dişli modellerine ait yüzeyler, SOLIDWORKS programı yardımıyla oluşturularak HYPERMESH



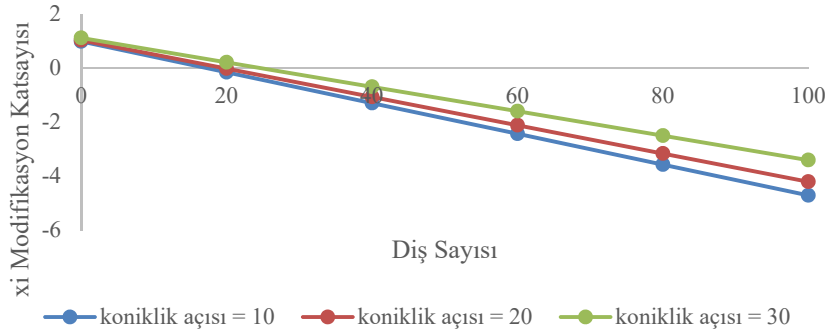
Şekil 7. Düz Beveloid Dişli Örnekleri a) Alttankesmeye Uğramış b) Pozitif Profil Kaydırma Yapılmış. (Straight Beveloid Gear Teeth a) With Undercutting b) Positive Profile Shifted).



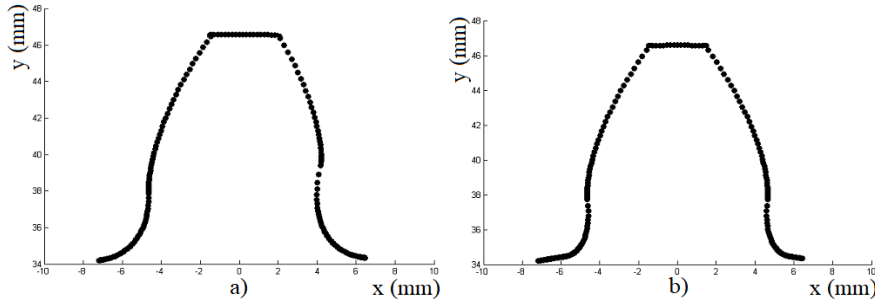
Şekil 8. Helisel Konik Dişli Örnekleri a) Alttankesmeye Uğramış b) Pozitif Profil Kaydırma Yapılmış. (Helical Beveloid Gear Teeth a) With Undercutting b) Positive Profile Shifted).



Şekil 10. Düz Beveloid Dişlerde Profil Kaydırma Faktörünün Değişimi
(The Change in the Positive Profile Shifting Factor for Straight Beveloid Gears).



Şekil 11. Helisel Beveloid Dişlerde Profil Kaydırma Faktörünün Değişimi
(The Change in the Positive Profile Shifting Factor for Helical Beveloid Gears).



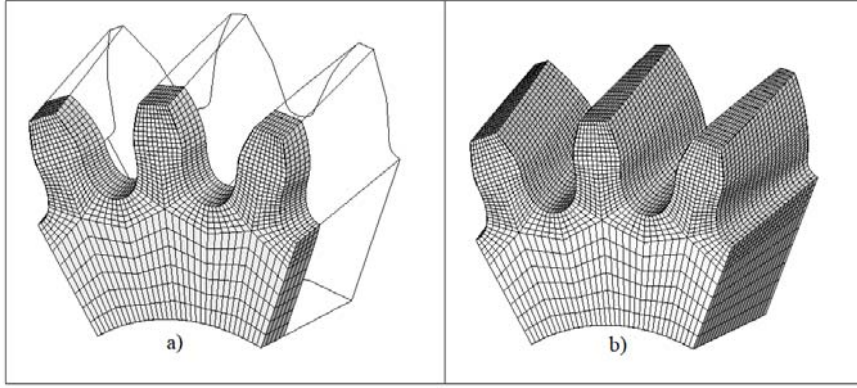
Şekil 12. Helisel konik Beveloid Dişli Örnekleri a) Simetrik Takımla İmal Edilmiş b) Asimetrik Takımla İmal Edilmiş Modeller. (The Helical Beveloid Gear Models a) Generated with Symmetrical Rack Cutter b) Generated with Asymmetrical Rack Cutter).

programına dahil edilmiştir. Bu sayede, öncelikle ön yüzeyler üzerinde 2 boyutlu elemanlar oluşturularak, bu elemanların yan yüzeyleri takip ederek diş kalınlığı boyunca ötelenmesi mümkün olabilmektedir. Şekil 13a ve Şekil 13b'de sırasıyla, düz konik dişli geometrisi için 3 boyutlu elemanların oluşturulma prosesi ve tamamlanmış 3 boyutlu sonlu eleman modeli görülmektedir. Modellemeler esnasında C3D8I, 3 boyut ve 8 nodlu lineer eleman tipi kullanılmıştır. Alttan kesme durumlarının kök kısımlarında oluşturacağı gerilme dağılımlarının detaylı incelenebilmesi ve analizlerin daha hızlı bir biçimde yapılabilmesi amacıyla, sonlu eleman analizleri kritik kesitlerde 2 boyutlu elemanlar kullanılarak oluşturulmuş, modellemeler esnasında CPS4R, 2 boyutlu, 4 nodlu, bilineer eleman tipi kullanılmıştır. Yükleme durumları ve sınır koşulları, Şekil 14'de

görülmektedir. Yükleme esnasında, temas durumlarını simüle edecek şekilde diş başlarından 100N değerinde basınç yükü uygulanmış, çalışma esnasında ardışık dişlerin birbirlerine göre hareket etmedikleri varsayılarak ve zorlanma durumlarının doğru olarak gözlemlenebilmesi amacıyla, sınır koşulları mil boşluğu veya yan kısımlardan ankastre olarak tanımlanmıştır. Benzer yükleme durumları, Filiz ve Eyercioğlu [18] ayrıca Liu v.d [19] tarafından yapılan çalışmalarda görülmektedir.

4.1. Elemanların Optimizasyonu (Element Optimization)

Sonlu eleman modellerinin optimizasyonu aşamasında, elemanların geometrik şekillerinin bozulmaması ve buna bağlı olarak sonuçların doğruluğunun sağlanabilmesi



Şekil 13. 3 Boyutlu Sonlu Eleman Modelleri a) Oluşturulma Prosesi b) Tamamlanmış 3 Boyutlu Model
(3 Dimensional Finite Element Models a) Generating Process b) Completed 3D Model).

amacıyla Şekil 15’de farklı diş geometrileri için görülen ağ yapısı esas alınmıştır [8]. Bu amaçla dişlerin evolvent, kök ve taban kısımlarındaki eleman sayısını ve geometrik şeklini kontrol etmek için katı model oluştururken ayırma (partition) tekniği uygulanmıştır. Böylece yüzelerde dörtgen geometrileri korunan “mapped” elemanlar elde edilmiştir. Buna örnek olarak Brauer [8], Litvin’in [20,21] çalışmaları verilebilir. Tercih edilen elemanlar CPS4R tipinde iki boyutlu dörtgen geometriye sahip elemanlardır. Farklı nod ve eleman sayıları için sonuçlar karşılaştırılarak, “h metodu” yardımıyla eleman sayıları düzgün bir şekilde artırılmış, sonuçların belirli bir değere yakınsadığı gözlemlenmiştir. Bu sebeple doğru sonuçlara en yakın olan eleman sayıları baz alınarak, analizler gerçekleştirilmiştir. Yükleme esnasında dişlerin tepe noktasında 100N değerinde yatay eksen boyunca tekil yükleme uygulanmıştır. Bu esnada yine sınır koşulları, mil boşluğu vey yan kısımlardan ankastre olarak belirlenmiştir.

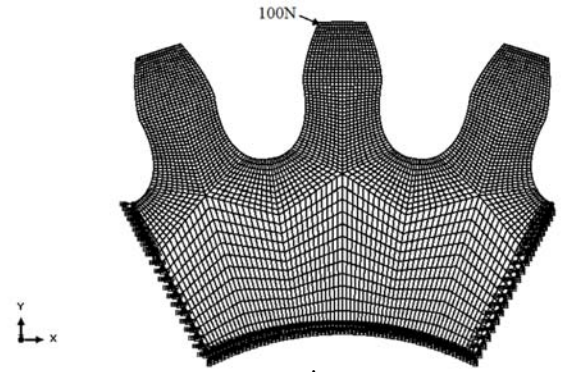
Sonlu eleman modellerinin optimizasyonu için hazırlanan modeller Şekil 16’da görülmektedir. Bunlar, $m_n = 5\text{mm}$, $T=16$, $\delta = 10^\circ$, $\beta = 15^\circ$ parametrelerine sahip helisel konik profilli dişlilerdir.

Bu modellerde, a,b,c,d ve e de sırasıyla eleman sayıları sırasıyla, 1056, 1584, 2448,3168 ve 4224 dür.

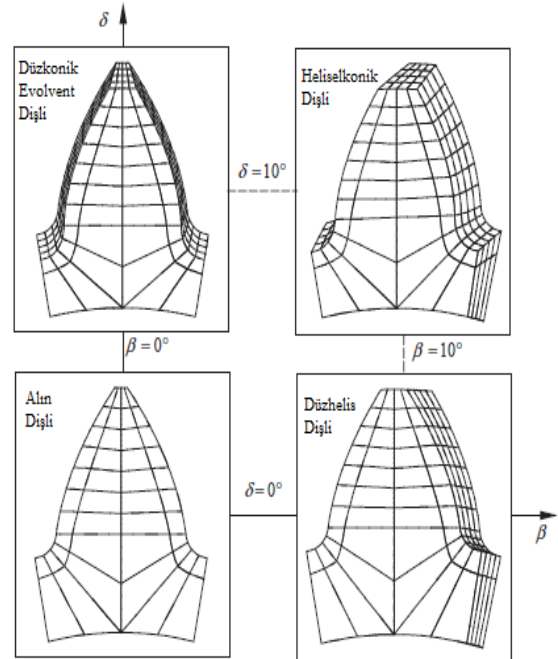
Şekil 17, farklı eleman sayılarına sahip modellerin yüklemeler sonucunda, kritik kesit boyunca Von Mises gerilme değerlerinin değişimini göstermektedir. Buradan hareketle, eleman sayılarındaki artışla birlikte, gerilme değerleri belirli bir limite yaklaşmakta, belirli bir limite ulaşıldığında eleman sayıları sonuçların değişimini etkilememektedir. Bu sebeple gerilme analizlerinde, eleman sayılarının artırılmasının çözüm süresini arttıracak durumu da göz önünde bulundurularak, sonuçlara en yakın olan model e de görülen eleman sayısı baz alınmıştır.

5. SONUÇLAR VE TARTIŞMALAR (RESULTS AND DISCUSSIONS)

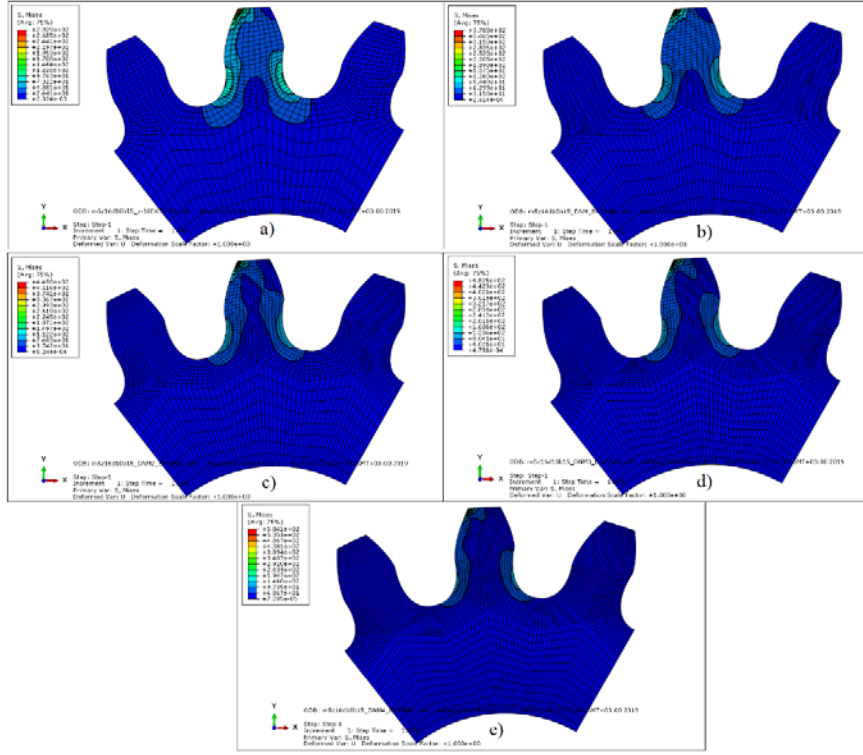
Sonlu eleman analizlerinden alınan sonuçlar Şekil 18’de verilmiştir.



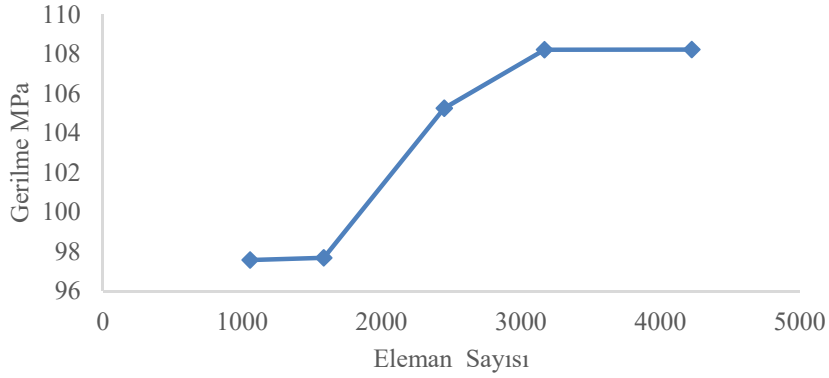
Şekil 14. 2 Boyutlu Modeller İçin Yükleme Durumu ve Sınır Koşullarının Gösterimi
(Presentation of the Loading Case and Boundary Conditions of the 2D Model)



Şekil15. Farklı Diş Geometrileri İçin Sonlu Eleman Modelleri
(Finite Element Models for Different Gear Geometries)



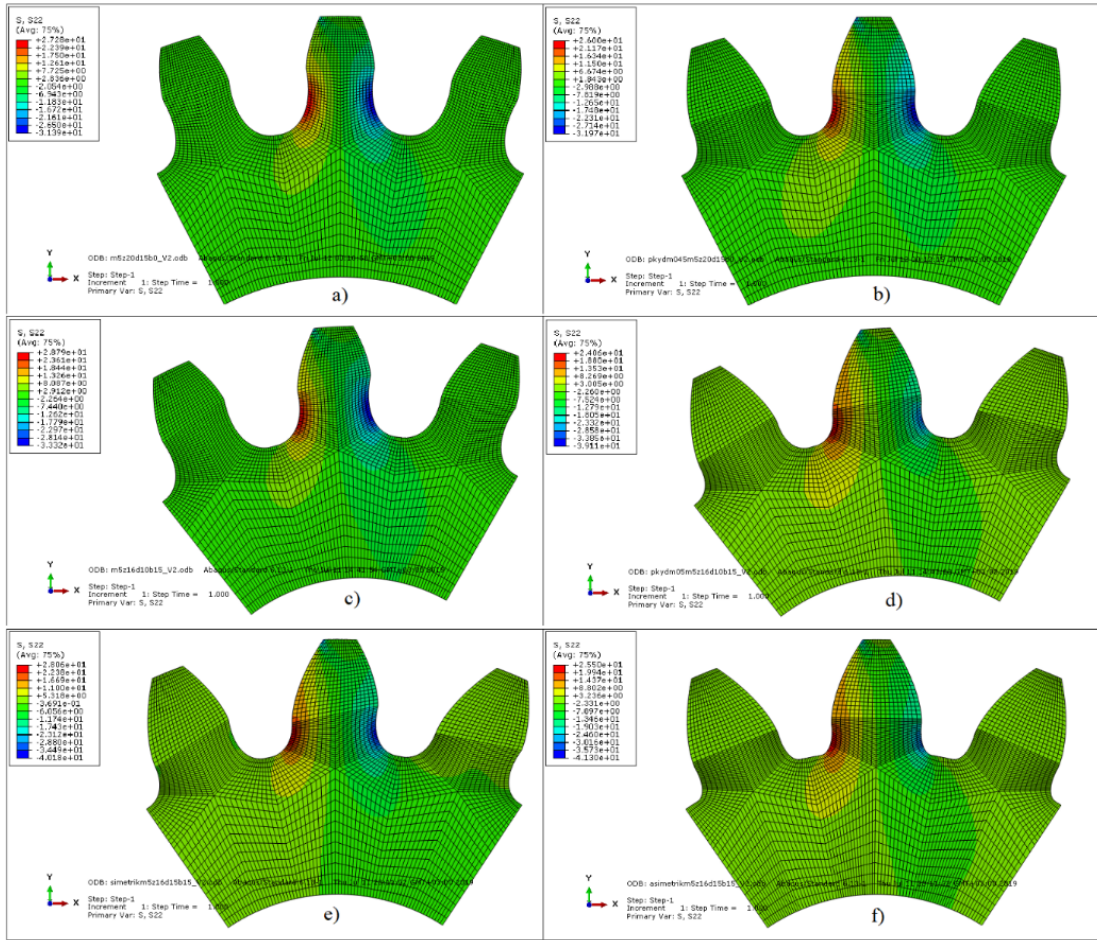
Şekil 16. Farklı Eleman Sayılarına Sahip Modellerin Analiz Sonuçları
(Analysis Results of the Models, Which Has Different Number of Elements)



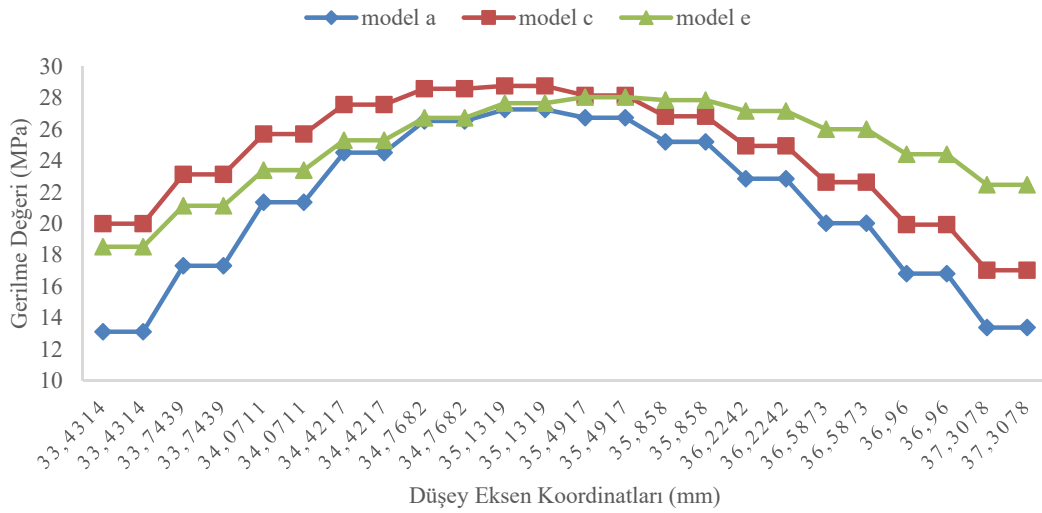
Şekil 17. Farklı Eleman Sayıları için Von Mises gerilme değerlerinin değişimi.
(The Change in the Von Mises Stress Values for Different Number of Elements)

Burada Şekil 18a, Şekil 18b, Şekil 18c ve Şekil 18d'de düz konik ve helisel konik, alttan kesmeye uğramış ve pozitif profil kaydırma ile üretilmiş sonlu eleman modelleri, e ve f de, simetrik ve asimetric takımla imal edilmiş heliselkonik dişli modelleri görülmektedir. Pozitif profil kaydırma uygulanmış olan modeller, 3. Bölümde açıklandığı şekilde dizayn parametrelerine modifikasyon faktörü x_i nin ilave edilmesiyle elde edilmişlerdir. Sonuçlarda, pozitif profil kaydırma ve asimetric kremayer takımla imalat yöntemleriyle elde edilen dişli modellerinde kök mukavemetinin artırılabilceği görülmektedir. Sonlu eleman analizlerinden elde edilen sonuçlarına göre, düzkonik dişli modelinden alınan, alttan kesmenin oluştuğu, $z = -10$ mm derinliğinde alınan kesitte, maksimum gerilme

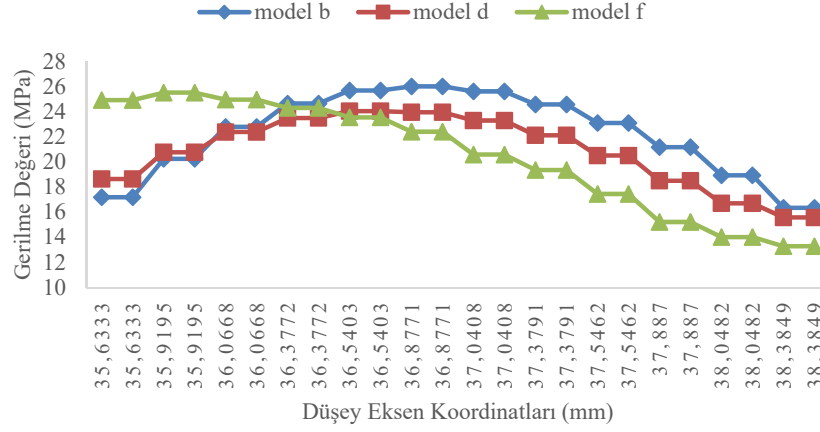
değeri $\sigma = 27.28$ Mpa iken, pozitif profil kaydırma uygulanan modelde $\sigma = 26$ MPa olmaktadır. Burada modifikasyon faktörü $x_i = 0.45m_n$ olarak belirlenmiştir. Benzer şekilde, tanımlanan heliselkonik modelde, kök kısmında oluşan maksimum gerilme, $\sigma = 28.79$ MPa iken, pozitif profil kaydırma uygulanarak, $\sigma = 24.06$ MPa değerine getirilmiştir. Burada modifikasyon faktörü $x_i = 0.5m_n$ değerindedir. Asimetric kremayer takımla imalat metodu kullanılarak elde edilen modeller için ise, köklerde oluşan maksimum gerilme simetrik takımla imal edilen modelde, $z = 0$ mm derinliğindeki kesitlerde, $\sigma = 28.06$ MPa, asimetric takımla imal edilen model için ise, $\sigma = 25.50$ MPa olarak hesaplanmaktadır. Burada asimetric model için kavrama açıları sırasıyla, $\alpha_{n1} = 26.6873^\circ$, $\alpha_{n2} = 20^\circ$ dir.



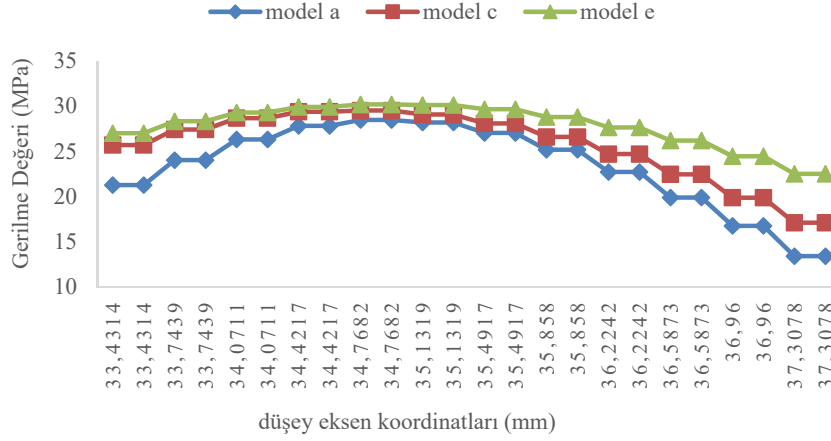
Şekil 18. Sonlu eleman analizi Sonuçları (Finite Element Analysis Results).



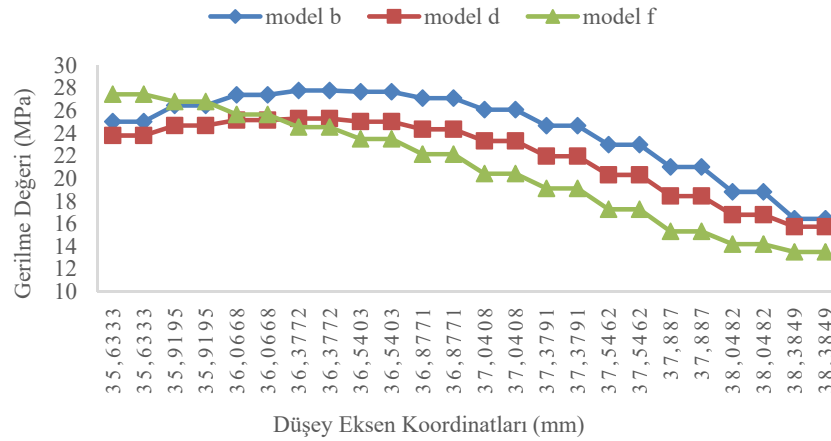
Şekil 19. Model a c ve e için kök bölgesinde S22 (Gerilme) değerlerinin değişimi (The Change of S22 Stress Values for Model a c and e)



Şekil 20. Model b d ve f için kök bölgesinde S22 (Gerilme) değerlerinin değişimi (The Change of S22 Stress Values for Model b d and f)



Şekil 21. Model a c ve e için kök bölgesinde Von Mises (Gerilme) değerlerinin değişimi (The Change of Von Mises Stress Values for Model a c and e)



Şekil 22. Model b, d ve f için kök bölgesinde, Von Mises (Gerilme) değerlerinin değişimi (The Change of Von Mises Stress Values for Model b,d and f)

6. SİMGELER (SYMBOLS)

m_n	: Normal modül, mm
a_c, a_t	: Takım dizayn parametreleri
b_c	: Takım dizayn parametreleri
T	: Diş sayısı
Σ	: Eğilme gerilmesi, Mpa
ϕ_1	: Yuvarlanma parametresi
l_j	: Eğrisel parametreler
ρ_1, ρ_2	: Kremayer takımın kök eğrilik yarıçapı, derece
α_{n1}, α_{n2}	: Normal kavrama açıları, derece
Δ	: Koniklik açısı, derece
β	: Helis açısı, derece
λ	: Kremayer takım ve dişli koordinat sistemi orijinleri arası mesafe, mm
x_i	: Modifikasyon faktörü
r_1, r_2	: Dişbaşı ve dişdibi daireleri yarıçaplar, mm
z_b	: z ekseninde bir nokta

7. SONUÇLAR (CONCLUSION)

Beveloid dişliler, evolvent dişlilerin genel matematik modelidir. Bu dişliler, aynı zamanda paralel, kesişen ve aykırı millerde güç iletiminde kullanılmaktadır. CNC tezgahlardaki gelişmelere bağlı olarak, beveloid dişlilerin hassas imlatı kolaylaşmıştır. Bu nedenle, bu dişliler birçok mühendislik uygulamasında yaygın olarak kullanılmaktadır. Bu çalışmada, beveloid dişlilerin matematik modellenmesi ve ileri analiz için sonlu eleman modellerinin oluşturulması ele alınmıştır. Beveloid dişlilerin CAD ve sonlu eleman (FEM) modellerinin elde edilmesi açıklanmıştır.

Beveloid dişli tiplerinin 3 boyutlu modellenmesi ile ilgili formülasyon ve kesit resimleri ayrıntılı olarak verilmiştir, böylece bu bilgiler, beveloid dişlilerin eriyik yığıma teknolojisi (FDM) v.b. yöntemlerle 3 boyutlu olarak modellenmesini kolaylaştırabilecek önemli bir adım olacaktır.

Altan kesme ise, beveloid dişlilerde sıklıkla ortaya çıkan ve uygun tasarımıla giderilmesi gereken bir husustur. Bunun sağlanabilmesi amacıyla, pozitif profil kaydırma ve asimetric kremayer takımla imalat yöntemleri incelenmiş ve farklı alın kesitler için elde edilen resimler profil kaydırmasız durumlar ile karşılaştırılmıştır. Daha sonra ise bu modellere ait sonlu eleman analizleri yardımıyla, kritik bölgelerde oluşan gerilme dağılımları elde edilmiştir. Sonuçlarda görüldüğü üzere Mitome [3] ve Brauer [2] tarafından önerilen pozitif profil kaydırma yönteminin, altan kesilmenin önlenmesinde etkili bir yöntem olduğu ve Liu [4] nun çalışmasına benzer olarak, asimetric kremayer takımla imalatın simule edildiği durumlarda altan kesme durumlarının ortadan kalktığı ve kök kısımlarında maksimum gerilme değerlerinin düşürülebileceği görülmektedir. Gerilme analizlerinin sonuçları göstermektedir ki, altan kesme durumlarını önleyici yöntemler, çalışmaları esnasında dişli çarklarda oluşabilecek hasarların önüne geçilmesini sağlayabilecektir. Bundan sonraki çalışmalarda, bu çalışmada verilen modelleme

yaklaşımından hareketle, çeşitli kök ve profil modifikasyonlarının etkileri matematik modellere eklenebilir ve modeller bu doğrultuda geliştirilerek analizler yapılabilir. Halihazırda literatürde dişli profillerinin optimizasyonu ile ilgili çalışmalara örnek olarak, çakışan eksenlerde çalışan beveloid dişlilerin parabolik modifikasyonları [12] ve temas analizlerinde iyileştirmeleri sağlayan diğer tasarımların yanısıra [21], asimetric profilli alın dişlilerde diş yan profillerinin modifikasyonu [23] ve yine alın dişli çarklarda shaft eğilmelerinin giderilmesini sağlayan modifikasyon çalışmaları [24] verilebilir.

KAYNAKLAR (REFERENCES)

1. Liu, C. C., Chen, Y. C., & Peng, Y. L., Contact pattern simulation and stress analysis of intersected concave conical involute gear pairs generated by shaper cutters. In Proceedings of the 14th IFToMM World Congress 259-264, 2015.
2. Brauer J., Analytical Geometry of Straight Conical Involute Gears, Mechanism and Machine Theory, 37 (1) 127-141, 2002.
3. Mitome K., Conical Involute Gear, Part 1: Design and Production System, Bull. , JSME, 26, 212, 299-305, 1983.
4. Liu C.-C., Tsay C.-B., Tooth Undercutting of Beveloid Gears, Journal of Mechanical Design ASME, 123 (4), 569-576, 2001.
5. Akpolat A., Reduction of Tooth Root Bending Stresses in Gears Generated by Symmetric Cutter with Asymmetric Tip Radii, Journal of the Faculty of Engineering and Architecture of Gazi University, 33 (2), 713-727, 2018.
6. Doğan O., Yılmaz T.G., Karpat F., Stress Analysis of Involute Spur Gears with Different Parameters by Finite Element and Graphical Method, Journal of the Faculty of Engineering and Architecture of Gazi University, 33 (4), 1493-1504, 2018.
7. Fetvacı M., C., Pinyon-tipi takımla imal edilen standart olmayan dişlilerin bilgisayar simülasyonu. Journal of the Faculty of Engineering and Architecture of Gazi University, 33 (1), 51-61, 2018.
8. Brauer J., A General Finite Element Model of Involute Gears, Finite Element in Analysis and Design, 1857-1872, 2004.
9. Song C., Zhou S., Zhu C., Yang X., Li Z., Sun R., Modeling and Analysis of Mesh Stiffness for Straight Beveloid Gear with Parallel Axes Based on Potential Energy Method, 12 (7). 1-14, 2018.
10. Brecher C., Brumm M., Henser J., Calculation of the Tooth Root Load Carrying Capacity of Beveloid Gears, American Gear Manufacturers Association, AGMA, Alexandria-U.S.A., 52-61, June 2014.
11. Li S., Effect of Addendum on Contact Strength, Bending Strength and Basic Performance Parameters of a Pair of Spur Gears, Mechanism and Machine Theory, 43, 12, 1557-1584, 2008.
12. Ni G., Zhu C., Song C., Du X., Zhou Y., Tooth Contact Analysis of Crossed Beveloid Gear Transmission with Parabolic Modification, Mechanism and Machine Theory, 113, 40-52, 2017.

13. Fetvacı, M., C., Evolvent Düz Dişlilerde Altın Kesmenin Bilgisayar Simülasyonu. *Engineer & the Machinery Magazine* 656, 2014.
14. Merrit H.E., *Gears*, Third Edition., Issac Pitman and Sons, London, U.K., 1954.
15. Yang S. C., Mathematical Model of a Helical Gear with Asymmetric Involute Teeth and Its Analysis, *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology.*, 26 (5–6), 448–456, 2005.
16. Litvin F.L., Fuentes A., *Gear Geometry and Applied Theory*, Second Edition, Cambridge University Press, New York, U.S.A., 2004
17. Fetvacı M.C., Evolvent Konik Dişli Çarkların Bilgisayar Simülasyonu, *Mühendis ve Makina*, 51 (602), 12-18, 2010.
18. Filiz, I. Huseyin, and O. Eyercioglu. Evaluation of gear tooth stresses by finite element method. *Journal of Engineering for Industry* 117.2, 232-239, 1995.
19. Liu C., Chen Y., Lin S., Contact Stress Analysis of Straight Concave Conical Involute Gear Pairs with Small Intersected Angles, *Proceedings of the International Multi Conference of Engineers and Computer Scientists*, Imecs vol. III, Hong Kong, 1722-1727, March 17-19, 2010.
20. Litvin, F. L. et al. 'Computerized developments in design, generation, simulation of meshing, and stress analysis of gear drives', *Meccanica*, 40 (3), 291–323, 2005.
21. Litvin, F. L. et al. 'Face-gear drive with spur involute pinion: geometry, generation by a worm , stress analysis', 191, 2785–2813, 2002.
22. Liu, S. et al. (2018) 'Effects of tooth modifications on mesh characteristics of crossed beveloid gear pair with small shaft angle', *Mechanism and Machine Theory*. Elsevier Ltd, 119, 142–160, 2017.
23. Kapelevich, A. L. and Shekhtman, Y. V 'Flank Profile Modification Optimization for Spur Asymmetric Gears', (February), 64–68, 2019.
24. Roda-casanova, I. G. V. 'Modified geometry of spur gear drives for compensation of shaft deflections', *Meccanica*. Springer Netherlands, 1855–1867), 2015.

