

ARMATÜRLERİN ÜÇ BOYUTLU IŞIK ŞİDDET DAĞILIMLARININ BİLGİSAYAR ORTAMINDA FORMÜLASYONU VE GÖRSELLEŞTİRİLMESİ

İsmail Serkan ÜNCÜ ve Osman GÜRDAL

Elektrik Eğitimi Bölümü, Teknik Eğitim Fakültesi, Süleyman Demirel Üniversitesi, Batı kampüsü, 32260, Isparta

Elektrik Eğitimi Bölümü, Teknik Eğitim Fakültesi, Gazi Üniversitesi, Teknikokullar, 06500, Ankara
serkan@tef.sdu.edu.tr, ogurdal@gazi.edu.tr

(Geliş/Received: 17.03.2006; Kabul/Accepted: 17.08.2007)

ÖZET

Bu çalışmada, uygulaması yapılan bilgisayar kontrollü goniofotometre ile gerçek armatürlerin ölçülen ışık şiddeti değerlerinden bilgisayar ortamında matematiksel modeli çıkartılmış ve elde edilen matematiksel fonksiyonlar yazılımla armatürün üç boyutlu ışık şiddet dağılımına çevrilmiş ve görselleştirilmiştir. Böylece aydınlatma tasarımı ve bilgisayar benzetim programlarında kullanmak için gerçek armatürlerin modelleri ve ışık şiddet verileri elde edilmiştir. Kullanıcı, yazılımın ilgili tablolarına ışık şiddet verileri veya C katsayıları girilerek tasarlanan armatürün konumuna göre ışık şiddeti değişim eğrisine ve üç boyutlu ışık şiddet dağılımına ulaşabilmektedir. Gerçekçi aydınlatma tasarımı ve özellikle aydınlatma eğitiminde de kullanmak için kolay bir armatür tanımlama metodu geliştirilmesinin yanında elde edilen denklemler ve tablo verileri kullanılarak farklı armatürlerin geliştirilmesi de mümkün hale getirilmiştir.

Anahtar kelimeler: Armatür, üç boyutlu ışık şiddet dağılımı, goniofotometre.

FORMULATION AND VISUALISATION OF THREE DIMENSIONAL LUMINOUS INTENSITY DISTRIBUTIONS OF LUMINAIRES IN COMPUTER ENVIRONMENT

ABSTRACT

In this study, luminous intensity values of real armatures are measured by computer controlled goniofotometer which is designed are mathematically modeled by using computer programme and the mathematical functions obtained are transferred into 3 dimensional luminous intensity distribution and visualised. Therefore, the models of real armatures and luminous intensity datas are obtained for using in lighting design and computer simulation programs. User can be reach the curve and luminous intensity distribution of the armature designed by entering the lighth intensity datas and C coefficients, depending on the position of the luminaire. In addition to realistic lighting design and developing an easy method of luminaire definition to use in especially lighting education, the possibility of developing various luminaires by using the equations and table datas obtained is also enabled.

Keywords: Luminaire, three dimensional luminous intensity distribution, goniofotometer.

1. GİRİŞ (INTRODUCTION)

Armatürler, lamba yada lambaların ışık dağılımını düzenlemek, süzmek veya değiştirmek için kullanılırlar. Her aydınlatmanın amacına göre, farklı armatürler tasarlanır. Armatürlerle aydınlatılan bir ortamda uygun armatürlerin uygun yerlerde kullanılması gereklidir. Amacın niteliği, ortam koşulları ve nesnelerin özellikleri tasarımın kapsamını

belirleyen faktörlerdendir. Aydınlatma tasarımlarında armatürlerin özelliklerini belirlemek için fotometrik veriler kullanılır [1]. Işık şiddeti fotometrik veriler içinde temel bir büyüklüktür [2]. Bir metre yarıçaplı bir kürenin merkezine yerleştirilen ışık kaynağı, ışık şiddeti vektörlerinin uzaydaki doğrultularında ışık şiddet dağılımına sahiptir [3]. Bu çalışmada, bir armatürün konum-ışık şiddet eğrilerinden matematiksel modeli çıkartılmış ve elde edilen matematiksel fonksiyonlar

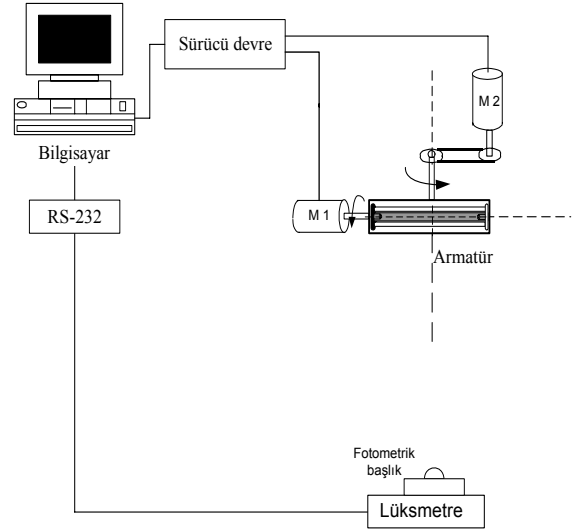
yazılımla bir armatürün üç boyutlu ışık şiddet dağılımına çevrilmiş ve görselleştirilmiştir. Piyasadaki çeşitli firmaların ürettiği aydınlatma tasarımlarında kullanılan, Zumtobel firmasının ürettiği Cophos, Lumwin ve Dialux programları ve Philips firmasının Calculux ve Dialux aydınlatma tasarım programları vardır [4]. Bu programlarda kullanılan armatürler program dahilinde yazılıma uygun olarak modellenmiş ve görsel hale getirilmiştir. Görüldüğü kadarıyla matematiksel model kullanıcı ile paylaşılmamıştır. Şimdiye kadar yapılan çalışmalarda, bilgisayar benzetimlerinde ışık kaynaklarının ışık şiddet dağılım uzayı küresel harmonik fonksiyonları ve kernel fonksiyonları tanımlanmıştır [5]. Bu çalışmalar bilgisayar programları için genellikle Phong modeline bağlı olarak daha gerçekçi görüntü oluşturmak için yapılmıştır [6]. Global aydınlatma modelleri tamamen bilgisayar benzetimleri haline getirilmiştir [7]. Bu çalışmanın diğer çalışmalardan farkı ışık şiddet dağılım uzayının gerçek bir armatürün geometrik şekline göre goniofotometrenin ölçüm aldığı sayıda konum-ışık şiddeti eğri denkleminde oluşturulmasıdır. Tasarımcıların kolaylıkla anlayabileceği polinomlarla armatürlerin matematiksel modeli çıkartılmıştır. Böylece armatürlerin ışık şiddet verilerini değerlendirerek görselleştiren bir armatür geliştirme sistemi geliştirilmiştir. Armatürlerin fotometrik verilerinin bilgisayar ortamına aktarılacak şekilde saklama, değiştirme ve geliştirme imkanı sağlanmaktadır. Armatürlerin matematiksel tanımı ile armatürlerin tasarım programlarında kullanılması sağlanmıştır.

2. GONİOFOTOMETRE (GONIOPHOTOMETER)

Işık kaynağı veya fotometrik başlıktan birinin sabit, diğerinin düzenli olarak yaptığı hareketler ile ışık kaynağının ışık şiddet dağılımının incelenmesi için kurulan sisteme goniofotometre adı verilir [8]. Armatürü hareket ettirerek çalışan bu sistem fotometrik büyüklüğün açısal değişiminin incelenmesinde hızlı olması ve az yer kaplaması nedeniyle sistemde C düzlemine göre tip-3 türü bir goniofotometre uygulaması seçilmiştir [9].

Kurulan sistem, bilgisayar kontrollü olarak yapılmıştır. Yazılım gonio menüsü ve veri havuzu menüsü olarak iki bölgeden oluşmaktadır. Şekil 1'de bilgisayar kontrollü goniofotometre sistemi gösterilmiştir.

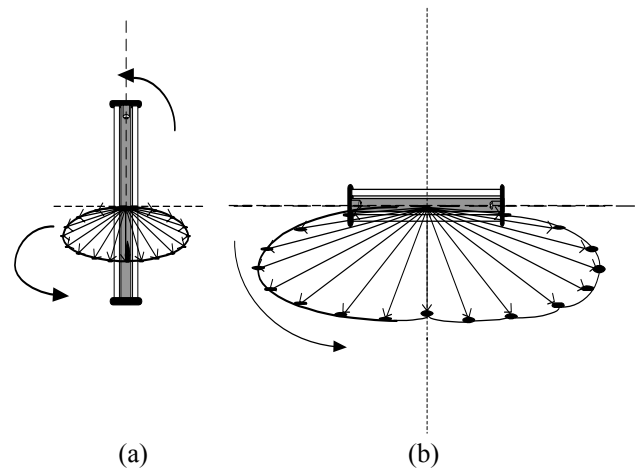
Yazılımda kullanıcıya kolaylık olması için armatürlerin üç boyutlu ışık şiddet dağılımı çıkartılırken armatürün geometrik şekline göre noktasal, doğrusal ve yüzeysel seçilir. Noktasal armatürler; armatürün fotometrik merkezinden geçen birbirine dik iki düzleme göre aynı ışık şiddet eğrisine sahip olan armatürlerdir.



Şekil 1. Uygulaması yapılan bilgisayar kontrollü goniofotometre sisteminin yapısı (Structure of the computer controlled goniophotometrical system)

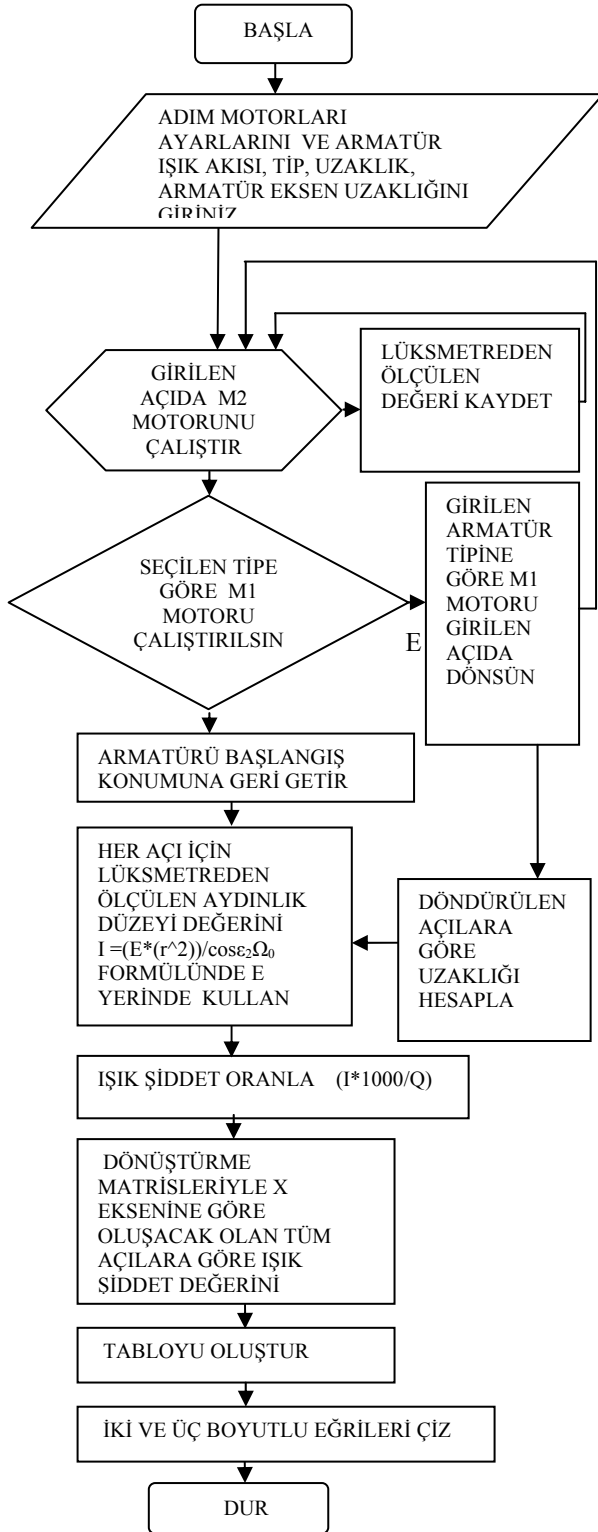
Doğrusal armatürler; armatürün fotometrik merkezinden geçen birbirine dik iki düzleme göre farklı ışık şiddet eğrisine sahip olan armatürdür [10].

Bu grupta ışık kaynağı floresant lamba olan armatürlerin iki ışık şiddet eğrisinden üç boyutlu ışık şiddet dağılımı çizilmektedir. Şekil 2'de doğrusal armatürün konum-ışık şiddet eğrileri gösterilmiştir. Şekil 2a'da floresant lambanın dik konumdayken elde edilen eğrisi gösterilmektedir. Bu eğri doğrusal armatürlerin en dar bir alanına sahiptir. Şekil 2b'de armatürün yatay konumdaki eğrisi gösterilmiştir. Bu doğrusal armatürlerin bu eğri en geniş eğrisidir. Doğrusal armatürlerin tüm açılardaki eğrileri farklıdır. Doğrusal armatürlerin tüm açılardaki eğrilerine M2 adım motorunun hareketleri sonunda ulaşıılır.



Şekil 2. Doğrusal armatürün konum-ışık şiddet eğrileri (Position - luminous intensity curves of the linear luminaires)

Yatay ölçüm sayısı ise yazılım ile armatürün geometrik şekline göre belirlenir. Hazırlanan yazılımla yatay ve dikey hareketi sağlayan motorların adım

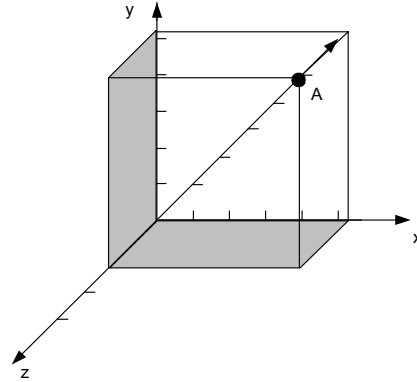


Şekil 5. Matematiksel fonksiyonların yazılımla üç boyutlu ışık şiddet dağılımına çevrilmesi ve görselleştirilmesi (Flow chart of the program)

2.2 Veri Hazırlama (Data Preparation)

Bilgisayar kontrollü goniofotometre armatürlerin ışık şiddet eğrilerinden dönüşüm matrisleriyle üç boyutlu ışık şiddet dağılımı için gerekli ara değerleri türetir.

Şekil 6'da A noktasının üç boyuttaki yerinin belirlenmesi gösterilmiştir.



Şekil 6. A noktasının üç boyuttaki yerinin belirlenmesi (Three dimensional position of A point)

Orijin baz alınarak ve saat dönüş yönü pozitif yön olarak, x eksenine etrafında bir θ açısı için dönüşüm matrisi:

$$[T_x] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ 0 & -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

y eksenine etrafında bir β açısı için dönüşüm matrisi:

$$[T_y] = \begin{bmatrix} \cos \beta & \sin \beta & 0 & 0 \\ -\sin \beta & \cos \beta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

z eksenine etrafında bir φ açısı için dönüşüm matrisi:

$$[T_z] = \begin{bmatrix} \cos \varphi & 0 & -\sin \varphi & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin \varphi & 0 & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

ile verilir. (4-6) eşitliklerindeki dönüşüm matrisleriyle bir noktanın üç boyuttaki tüm açılara göre değeri matrislerin yazılımdaki bilgisayar çözümlerinden belirlenmektedir [12].

Işık şiddet verilerinden eğri çizdirilmesinde en küçük kareler metodu kullanılmıştır. Verilen noktalar olmak üzere bu noktalardan geçen ve $m(m \leq n)$ dereceden olan bir polinom eğrisi en küçük kareler metoduyla bulunduğu

$$Y = C_0 + C_1x + C_2x^2 + \dots + C_mx^m \quad (7)$$

elde edilir. Armatür konumuna göre ışık şiddet verilerinin ışık şiddet eğrileri eşitlik (10)'deki gibi ifade edilmektedir. Eşitlikteki C katsayılarının belirlenmesi için her nokta denklemini minimize yapan eşitliklerin kısmi türevi alınarak sıfıra eşitlendiğinde;

$$S = S(C_0, C_1, \dots, C_m) = \sum_{i=1}^n (Y_i - y_i)^2 \quad (8)$$

olacaktır. Buradan;

$$\frac{\partial S}{\partial C_0} = \sum_{i=1}^n 2(C_0 + C_1 x + \dots + C_m x^m - y_i) = 0$$

$$\frac{\partial S}{\partial C_1} = \sum_{i=1}^n 2(C_0 + C_1 x + \dots + C_m x^m - y_i) x_i = 0 \quad (9)$$

....

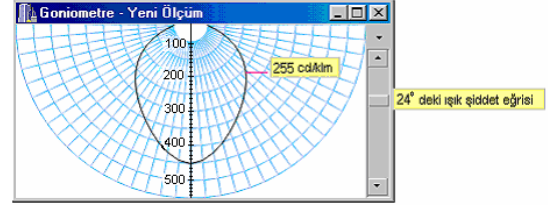
$$\frac{\partial S}{\partial C_m} = \sum_{i=1}^n 2(C_0 + C_1 x + \dots + C_m x^m - y_i) x_i^m = 0$$

bulunur. Bu eşitlikler daha genel olarak

$$\left(\sum_{i=1}^n x_i^m \right) C_0 + \left(\sum_{i=1}^n x_i^{m+1} \right) C_1 + \dots + \left(\sum_{i=1}^n x_i^{m+m} \right) C_m = \sum_{i=1}^n x_i^m y_i \quad (10)$$

şeklinde yazılır [13]. Bu sistem $(m+1)$ tane eşitlik ve $(m+1)$ tane bilinmeyenden oluşmuştur ve eşitlik (10)'deki denklem geliştirilen yazılım ile çözülür [14]. Böylece elde edilen C_0, C_1, \dots, C_m değerleri belirlenir. Işık şiddet eğrileri üç boyutlu ışık şiddet dağılımlarını oluşturmaktadır. Yazılımla bu denklemlerin C katsayıları bulunarak kaydedilir. Veri havuzu menüsünde bulunan ışık şiddet eğrisi alanına girildiğinde, yazılımla elde edilen en küçük kareler metodu ile birleştirilen eğriler görselleştirilir. Şekil 7'deki gibi eğrinin sağ tarafında bulunan dikdörtgen sembol imleç ile yukarı aşağı hareket ettirildiğinde dikey eksendeki 0° ile 90° derece arasında bir armatüre ait tüm eğriler görülebilmektedir. Abak alanı üzerinde imlecin seçtiği değerlerin birimleri cd/klm olarak hazırlanmıştır.

Hazırlanan yazılım ile oluşturulacak üç boyutlu ışık şiddet dağılımının kaç denklemlerle tanımlanacağı ve kaçınıcı dereceden denklemler ile birleştirileceği kullanıcının isteğine göre C katsayılarına ulaşılabilir. Şekil 8'de C katsayıları gösterilmiştir.



Şekil 7. Bir armatürün konum-ışık şiddet eğrisinin çıkartılması (Curve extraction for the luminaire-position)

Denklem Modelleyici - 2003.02.05 22:20						
Işık Akısı		700	Ölçüm Uzaklığı	2,3	Lamba Türü	Enerji tasarruf
Denklem	x^5	x^4	x^3	x^2	x^1	x^0
1	4,280046141	-0,001083421	0,088737010	-2,953782321	116,5525894	650,8071895
2	-8,416740451	0,001816687	-0,131274981	3,577584026	61,97975921	495,8145141
3	3,277421456	-0,000821131	0,065973222	-2,278453111	115,4919662	604,7405395
4	1,188728560	-0,000291181	0,018138825	-0,384467391	85,42365264	700,9874267
5	-1,386476741	0,003167455	-0,248362631	7,891980171	2,643625020	625,8469846
6	-2,415714561	0,000532717	-0,044452701	1,476022956	70,24492645	641,9921264

Şekil 8. C katsayıları (C Coefficients)

Yazılımla elde edilen C katsayıları 6. dereceden Eş.11'de altı tane polinom denklemi oluşturularak üç boyutlu ışık şiddet dağılımı matematiksel olarak tanımlanmıştır.

$$\begin{aligned} & 650,8 + 116,5x - 2,9x^2 + 0,08x^3 - 0,001x^4 + 4,28x^5 \\ & 495,8 + 61,9x - 3,5x^2 - 0,13x^3 + 0,001x^4 + 8,41x^5 \\ & 604,7 + 115,4x - 2,2x^2 + 0,06x^3 - 0,008x^4 + 3,27x^5 \\ & 700,9 + 85,4x - 0,03x^2 + 0,01x^3 - 0,0002x^4 + 1,18x^5 \\ & 1,3 + 0,003x - 0,003x^2 + 0,24x^3 - 0,0003x^4 - 1,38x^5 \\ & 641,9 + 70,24x - 1,47x^2 + 0,04x^3 - 0,0005x^4 - 2,41x^5 \end{aligned} \quad (11)$$

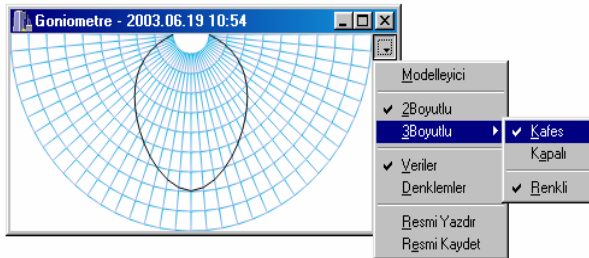
Elde edilen denklemlerin C katsayıları bir armatürün tüm açılardaki ışık şiddet verilerini tanımlamak, saklamak, mekana göre armatür yapmak için kullanılır. Şekil 9'daki alan ile bir armatüre ait elde edilen denklemden yatay ve düşey eksendeki 5° 'lik açı aralıklarında türetilen ışık şiddet verileri gösterilmiştir.

Dikey açılar M1 motorunun hareketleri ile elde edilen açılar, yatay açılar ise M2 motorunun hareketlerinden elde edilen açılardır. Bu açılar sistemin başlangıç ayarlarından kullanıcının isteğine göre ayarlanabilmektedir. Bu alandan ölçümü yapılan armatürün ışık akısı, ölçüm uzaklığı, ışık kaynağının türü gibi bilgiler değiştirilerek Şekil 9'daki kontrol işaretinden tüm veriler yeni bilgilere göre türetilmektedir.

Veri Modelleyici - 2003.02.05 22:20																			
Işık Akısı	700	Ölçüm Uzaklığı	2,3	Lamba Türü	Enerji tasarruf														
Açılar	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90
0	651	1170	1599	1982	2350	2723	3110	3514	3930	4347	4752	5129	5464	5742	5953	6089	6151	6147	6093
5	581	1019	1468	1914	2352	2778	3192	3596	3996	4394	4794	5199	5608	6018	6420	6802	7143	7417	7590
10	526	914,6	1380	1873	2361	2824	3256	3661	4049	4433	4829	5250	5708	6204	6734	7280	7809	8272	8598
15	497	873,6	1351	1865	2373	2851	3292	3697	4080	4457	4849	5273	5745	6269	6841	7443	8036	8564	8944
20	495	893,1	1374	1884	2386	2860	3298	3704	4088	4466	4854	5270	5723	6220	6755	7311	7855	8333	8675
25	517	956,5	1435	1922	2398	2852	3281	3687	4078	4462	4848	5246	5660	6091	6533	6973	7385	7735	7972
30	555	1040	1510	1965	2406	2834	3251	3658	4058	4451	4836	5213	5578	5927	6252	6544	6791	6976	7081
35	600	1120	1578	2000	2407	2811	3218	3627	4036	4438	4823	5180	5500	5773	5989	6144	6237	6270	6252
40	642	1176	1620	2019	2403	2791	3192	3604	4020	4428	4813	5158	5448	5668	5811	5874	5864	5795	5695
45	675	1194	1625	2013	2392	2778	3180	3595	4015	4426	4811	5152	5433	5639	5762	5801	5763	5669	5550
50	693	1168	1588	1983	2375	2775	3186	3605	4024	4434	4819	5165	5461	5693	5856	5946	5968	5933	5864
55	695	1103	1515	1933	2356	2782	3208	3631	4047	4450	4834	5195	5527	5823	6078	6287	6444	6545	6586
60	683	1011	1420	1871	2337	2798	3244	3670	4078	4472	4856	5237	5619	6003	6385	6755	7097	7383	7574
65	662	912,3	1321	1810	2321	2818	3284	3713	4113	4496	4880	5282	5716	6193	6709	7250	7786	8266	8616
70	637	830,6	1243	1763	2311	2837	3319	3750	4142	4517	4900	5318	5796	6347	6971	7650	8342	8979	9455
75	617	789,7	1207	1744	2309	2850	3338	3770	4158	4528	4910	5337	5834	6419	7093	7836	8601	9309	9844
80	608	807,9	1231	1762	2318	2851	3334	3765	4155	4526	4908	5329	5813	6376	7018	7720	8438	9100	9597
85	616	891,0	1318	1818	2336	2837	3303	3731	4129	4509	4891	5292	5728	6207	6728	7276	7819	8305	8661
90	641	1024	1452	1903	2359	2811	3250	3675	4085	4480	4862	5233	5594	5942	6275	6582	6852	7067	7201

Şekil 9. Bir armatüre ait elde edilen denklemden yatay ve düşey eksendeki 5°'lik açı aralıklarında türetilen ışık şiddet verileri (Luminous intensity data obtained from the equation according to the angles)

Yazılımla tüm açılarda elde edilen eğriler birleştirilerek Şekil 10'daki gibi sağ üst kısımdan şekil Şekil 11'de gösterilen üç boyutlu ışık şiddet dağılımına geçiş yapılır. Şekil 10'daki sol üst kısımda bulunan ikondan ayrıca kafes ve katı biçimli veya farklı renklerde üç boyutlu ışık şiddet dağılımı elde edilebilir. Üç boyutlu ışık şiddet dağılımı sağ taraftaki ikonun imleç ile hareket ettirilmesiyle 0°-360° derece aralığında incelenmesine imkanı verir.



Şekil 10. İki boyutlu ışık şiddet eğrilerinden üç boyutlu ışık şiddet dağılımına geçiş (3D luminous intensity curves obtained from the polar photometric curves)

Şekil 11'de üç boyutlu ışık şiddet dağılımı kendi eksenini etrafında döndürülerek 0° derecedeki, 75° derecedeki ve 300° derecelerde üç boyutlu ışık şiddet dağılımı gösterilmiştir. Böylece bir armatürün üç boyutlu ışık dağılım hacmini kullanıcı tüm açılarda

inceleme şansı bularak uygulama alanına ve aydınlatmanın amacına göre uyumluluğunu test edebilmektedir. Üç boyutlu ışık dağılımın matematiksel modelleri, ışık yansımaya ve dağılım modelleriyle birlikte bilgisayar ortamında tanımlı alanlarda kullanılarak gerçekçi aydınlatma tasarım programlarında kullanımına da imkan verirler.

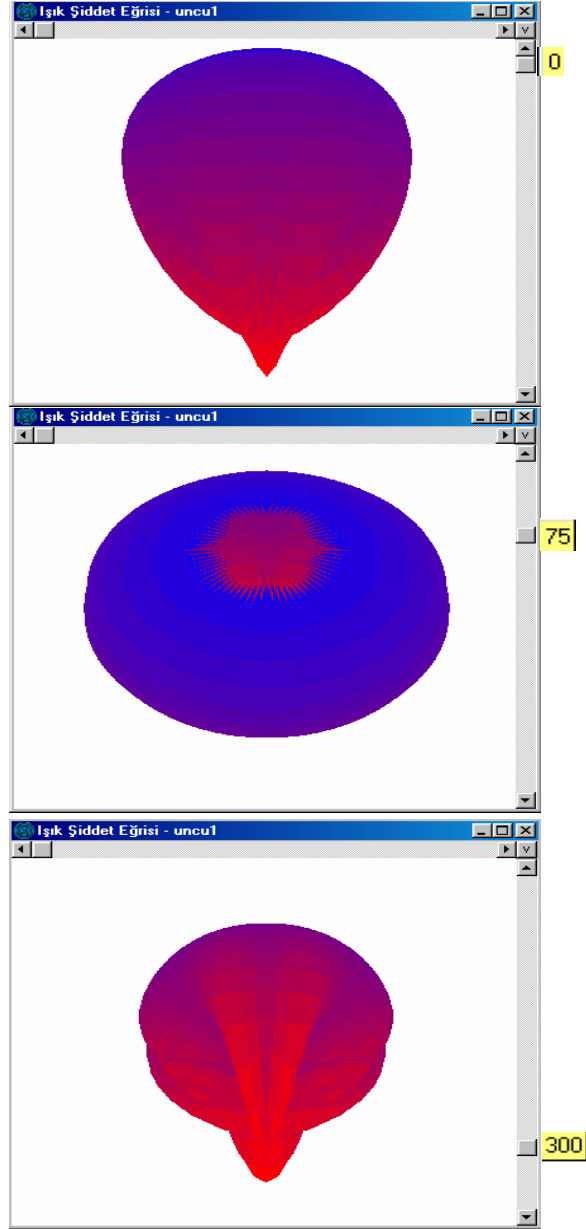
2.3. Sistemin Hata Kaynakları (Error Source of System)

Sistemin hata analizi yapıldığında sistem % 3,06 ölçüm hatasına sahiptir. Bu hatanın oluşmasının temel nedenleri goniofotometre lüksmetresinin kalitesi, kullanılan parametre ve kaçak ışık hesaplamalarında yapılan yuvarlamalar, duvarların tam siyah olmaması, kirlilik faktörü, goniofotometre ölçüm sırasında titremesi, goniofotometre tipi, goniofotometre boyutu, armatür ağırlığı, ölçüm hızından dolayı erişilemeyen açı, belirlenmiş ve gerçek açılar arasındaki mümkün olan sapmalar ve çevresel etkenlerdir [11].

3. SONUÇ (CONCLUSIONS)

Bu çalışmada bilgisayar kontrollü bir goniofotometre tasarlanarak bir armatürün üç boyutlu ışık şiddet dağılımı elde edilmiştir. Bir armatürün üç boyutlu ışık şiddet dağılımının bilgisayar ortamında elde

edilebilmesi için armatürler matematiksel olarak tanımlanmıştır. Gerçekçi aydınlatma tasarımının yanında özellikle aydınlatma eğitiminde de kullanmak için kolay bir armatür tanımlama metodu geliştirilmiştir. Kullanıcı yazılımın ilgili tablolarına ışık şiddet verileri veya C katsayıları girilerek tasarlanan armatürün konumuna göre eğrisine ve üç boyutlu ışık şiddet dağılımına ulaşır. Elde edilen denklemler ve tablo verileri kullanılarak farklı armatürlerin geliştirilmesi ve aydınlatma tasarımlarında kullanılması kolaylaştırılmıştır.



Şekil 11. Bir armatüre ait üç boyutlu ışık şiddet dağılımının gösterilmesi (Representation of 3D luminous intensity distribution for the luminaire)

KAYNAKLAR (REFERENCE)

1. IES, “**Lighting Handbook**”, 2. Baskı, IES Publications, NewYork, 17-19 1987.
2. Özkaya, M., **Aydınlatma Tekniği**”, 7. Baskı, Birsen Yayınevi, İstanbul, 56. 1997.
3. IES, “**IES general guide to photometry**”, Journal of the IES, New York, 12-14 1997.
4. www.lighting.philips.com
Erişim tarihi: 02.02.2007
5. Dobashi, Y. Kaneda, K. Nakatani, H., Yamashita, H., A quick rendering method using basis functions for interactive lighting design, **Eurographics 95**, Cilt 14, No 3, 229-240. 1995.
6. Phong, B. T., Illumination for computer generated pictures, **Communication of the ACM**, Cilt 18, No 6, 311-317, 1975.
7. Appel, A., Some techniques for shading machine renderings of solids, **Proceedings of the Spring Joint Computer Conference**, Cilt 6, No 1, 85-103, 1985.
8. Üncü, İ.S., **Işık şiddet eğrilerinin bilgisayar yardımı ile çıkartılması**, Gazi Üniv. Fen Blm. Enstitüsü, Yüksek lisans tezi, Ankara 1996.
9. Üncü, İ. S., Gürdal, O., Goniofotometre tasarımında kullanılan ölçüm düzlemleri ve bir goniofotometre uygulaması, **Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Dergisi**, No 151, 303-310, 2002.
10. CIE, “**The Measurement of Absolute Luminous Intensity Distributions**”, CIE Publications, No: 70, Vienna, 7-27, 1987.
11. CIE, “**The photometry and goniophotometry of luminaires**”, CIE Publications, No: 121, ISBN 3 900 734 74 7, 1996.
12. Roger, F. D., Adams, A. J., “**Mathematical elements for computer graphics**”, McGraw-Hill Publishing Company, N.York, 107-110, 1989.
13. Akın, Ö., “**Nümerik analiz**”, Ankara Üniv.-Fen Fakültesi Ders Kitapları, 158-164, 1998.
14. Krishnamurthy, E.V., Sen, S.K., “**Numerical Algorithms**”, Affiliated East West Press Private limited, New Delhi, 232-234, 1996.