

# DÖRDÜNCÜ SINIF ÖĞRENCİLERİNİN EŞİT İŞARETİNİ NASIL ALGILADIKLARININ İNCELENMESİ

Özlem DOĞAN TEMUR\*

Gökhan SANCAK\*\*

## Özet

Eşit işaretinin bir kavram olarak matematiksel düşünme sürecinin oluşumu ve gelişiminde yeri önemlidir. Dördüncü sınıf öğrencilerinin eşit işaretiyle ilgili düşüncelerini konu alan bu araştırma nitel bir çalışmadır ve dördüncü sınıf öğrencilerinin verilen eşitlik ifadelerinde kullandıkları düşünme süreci ve stratejilerini incelemek amacıyla yapılmıştır. Veriler içerik analizi tekniği kullanılarak çözümlenmiştir. Araştırma Kütahya ilinde bir devlet okulundan beş dördüncü sınıf öğrencisiyle eşit işareti hakkındaki düşünme süreçlerini ortaya çıkarmak ve sınıf öğretmeninin öğrencilerinin düşünme süreçlerindeki keşif sürecini hızlandırmaktaki rollerini görmek amacıyla yapılmıştır. Araştırma sonucunda öğrencilerin eşitlik işaretinden sonra hemen sonucun geleceğini, bütün sayıların toplanacağını, eşittir işaretinden sonra sonucun yanında sıfırın bulunamayacağını, eşittir işaretinden önce toplama ve çıkarmanın aynı anda yapılamayacağını düşünceleri, işlem yaparken strateji kullanmakta güçlük yaşadıkları görülmektedir. İşlem sırasında sorulan *Neden? Nasıl? Daha farklı nasıl sonuca ulaşılabilir? Daha kolay bir yolu olabilir mi?* gibi soruların, öğrencilerin keşif sürecini hızlandırdığı, öğrencileri soruyu tekrar analiz etmek zorunda bıraktığı, çözüme dönük farklı stratejiler geliştirmelerinde etkili olduğu görülmüştür. Soruların kolaydan zora, basitten karmaşığa doğru, hiyerarşik bir sıra ile hazırlanmasının, soruların birbirini destekler nitelikte olmasının ve birbiriyle benzerlik göstermesinin öğrencilerin hata yapmalarını engellediği, farklı strateji ortaya koymayı desteklediği, öğrencileri cesaretlendirdiği görülmüştür.

**Anahtar Sözcükler:** Matematik öğretimi, ilköğretim, eşit işareti, dördüncü sınıf

## Giriş

Çoğu ilköğretim öğrencisi eşit işaretini anlamakta ve eşit işaretinin iki eşit miktar arasındaki ilişki olduğunu kavramakta zorlanabilir. Eşit işaretinin öğrenilmesinde yaşanabilecek durumlar ve öğrencilerin eşit işareti algılarının oluşum süreci çocukların öğrenme yaşamlarının ilk dönemlerinde izlenmesi ve sürekli değerlendirilmesi gereken bir konudur. Öğrencilerin uygun eşitlik kavramını geliştirmesinde öğretmen üretici olmalı ve öğrenciyi zihinsel olarak mücadele etmeye ve çözüm stratejisi geliştirmeye yöneltene durumlar içerisinde sürüklemelidir. Bu, eşit işaretinin taşıdığı farklı kavramları ortaya çıkararak başarılabilir. Birinci sınıf öğrencisi eşit kavramını öğrenmeyi başarabilir. Eşit kavramının öğrenilmesi hesaplama yapmayı bilme-

\* Yrd.Doç.Dr.; Dumlupınar Üniversitesi

\*\* Yüksek Lisans Öğrencisi Sınıf Öğretmeni

ye bağlı değildir. Hesaplama yapmayı yeni öğrenen bir çocuk da eşit işaretini ve anlamını öğrenebilir. Bu yüzden ilköğretim süresince eşit kavramının doğru şekilde verilmesi önemlidir (Carpenter, Franke, Levi, 2003). Hatta okulöncesinde de eşitlik işaretinin oluşumunu çocuklarda izleyebiliriz. Okulöncesinde eşit işaretinin oluşumu iki şekilde karşımıza çıkar. Birisi eşitliğin her iki tarafındaki setleri karşılaştırarak, diğeri eşitliğin her iki tarafındaki nesnelere sayıp birleştirme işlemi yaparak olacaktır. İlköğretim seviyesindeki öğrenciler eşit işaretini problem durumu ve problem durumuna ait cevabı ayıran bir sembol olarak görürler. Bu düşünce öğrencilerin ileri öğretim yaşantılarında da etkilerini gösterir.  $2+3 = 4+1$  durumuyla karşılaşan çocuk iki ayrı cevap verebilir. Birinci cevap her iki tarafta aynıdır olabilirken ikinci cevap her iki taraf da 'aynı değere sahiptir olabilir. 'Aynı' ve 'Aynı değer' cevapları çocuğun ilişkisel anlamayı ne kadar gerçekleştirdiğini verecektir. Çünkü 'Aynı değer' cevabı ilişkisel anlamayı gösteren bir cevap olarak kabul edilebilir (Kieran, 1981). Yalnız bu öğrencilerin önceki öğrenmelerinin kontrol edilmemesi anlamına gelmez. Öğretmenler öğrencilerinin önceki bilgilerini nasıl öğrendiklerini ve ne öğrendiklerini gözden geçirmelerine fırsat vermelidirler. Öğretmenler öğrencilerinin sahip olduğu kavramların farkında olup bu kavramlar içerisinde bilgilerini yapılandırılmaları için ve giderek karmaşıklaşan matematiksel yapıları kurmaları için uğraş vermelidirler. Bilgiyi yapılandırmak için kavramsal ve işlemsel bilgi arasındaki mesafenin altını çizmeye ihtiyaç vardır. Çünkü kavramsal bilgi zihin içerisindeki bilgi ağı içerisinde ilişki kurabilmektir (Lima ve Tall, 2008).

Öğrenciler eşit işaretini öğrenirken öncelikle kıyaslamalar yapmayı ve zıt farklı kavramları görmeyi isterler. Çünkü kavram oluşturma sürecinde açık anlamalar için öğrenciler *Niçin?* sorusunun cevabını merak ederler. Öğrenciler  $a+b = c$  yapısından farklı yapılarla da karşılaşmalıdırlar. Örneğin  $3+5 = 8$ ,  $8 = 8$ ,  $8 = 3+5$ ,  $3+5 = 3+5$  gibi sayısal ifadeler eşitlik kavramının edinilmesine katkı sağlayacaktır. Öğrenci eşit işaretinin iki eşit sayı arasındaki işaret olduğunu düşündüğünde başarılı olacaktır. Bu beceriler edinildiğinde ise öğrenciler matematiksel açıklamalar ve kıyaslamalar yapabilir durumda olacaklardır (Carpenter, Franke, Levi, 2003). Matematiksel açıklamalar ve kıyaslamalar öğrencileri düşündüklerini tekrar gözden geçirme sürecine itecek ve öğrenci hem kendi hem de arkadaş ve öğretmen açıklamaları sayesinde kullandığı bilgileri ilişkilendirme ve somutlaştırma fırsatı bulabilecektir.

Somutlaştırma sürecindeki öğrenciye öğretmenler hazırlayacakları etkinlikler ve kullanacakları materyallerle destek olabilirler. Somutlaştırmanın önemini farkında olan öğretmenler şemalar kullanmak ve öğrencilerin karşılaştırma yapmalarına fırsat verebilmek için çaba harcarlar (Peled ve Segalis, 2005). Aritmetik problemlerini çözerken çoklu sunum sistemleri kullanılmalıdır. Örneğin, tablolar, grafikler değişkenleri değiştirilmiş ve görselleştirilmiş eşitlik ifadeleri gibi (Carraher, Schliemann, Brizuela, Earnest, 2006). Matematiksel tartışmalar matematik okuryazarlığının en önemli özelliğidir. Öğretmen bu tartışmalarda bir kolaylaştırıcı ya da yönetici rolü oynayabilir fakat bu rolü bilerek oynayan bir katılımcı özelliğini taşıyabilmeli ve bu tartışmalara sınıftaki her üyenin katılması sağlanabilmelidir. Bu tartışmalarda her üye kabul ettiğini, reddettiğini, keşfettiğini belirten ifadeler kullanır (Von Glasersfeld, 1991). Eşit işaretinin öğrenilmesinde sınıf tartışmalarının kullanılabilir. Sınıf tartışmaları sayesinde öğretmenler öğrencilerinin düşünme süreçleri ve eşit işareti hakkındaki zayıflıklarını görme fırsatı bulabilirler (Jacobs, Franke,

Carpenter, Levi ve Battey, 2007). Öğretmenler bu zayıflıkları ortadan kaldırmak ve cebirsel ifadeleri öğrenmeleri için her yıl tekrar tekrar aritmetik işlemler üzerine çalışmaktansa eşit işareti ve eşitlik kavramının öğrencilerin zihinlerinde oluşmasına zengin sunum şekilleriyle katkı sağlamalıdır. Öğrencileri cebirsel ifadelere hazırlamak için de ilköğretimin birinci sınıfından itibaren etkinliklere başlamalıdır (McNeil, 2008). Öğrenciler hatalı bilgilere sahip olabilirler. Öğretmenler sadece öğrencilerin sahip olduğu hatalı bilgiye değil bu hatanın sebebine de odaklanmalıdırlar (Tirosh, 2000).

Çoğu ilköğretim öğrencisi eşit işaretini toplam ya da cevap olarak yorumlamaktadırlar. Eşit işaretini kavramsal olarak oluşturan çocuklar ise eşitlikle ilişkili bir sembol olarak vurgulayabilir. Öğrencilerin eşit işaretiyle ilgili yorumları bilgiyi edindikleri çerçeveye veya sunuma bağlıdır.  $3+4+5=$  \_ Öğrenciler bu tip bir durumu çözmek için eşit işaretini yorumlamaya ihtiyaç duymazlar. Bu yalnızca tipik toplama işlemi durumları değil diğer işlem durumlarında da farklı değildir. Öğrencilerin eşit işaretini yorumlamaya ihtiyaç hissedecekleri sunumlar önem taşımaktadır (McNeil ve Alibali 2005). Yaman, Toluk ve Olkun (2003) yaptıkları araştırmaya katılan öğrencilerden çoğunun eşit işaretini ilişki ifade eden bir sembol olarak değil, bir işlem sembolü olarak gördüklerini; sözel problemlerdeki eşitlik kavramıyla sorun yaşamayan öğrencilerin, eşitlik içeren sembolik ifadelerle karşılaştıklarında bazı kavram yanılgılarına sahip olduklarını; çoğu öğrencinin eşitliği "soldan sağa doğru yapılan bir işlem" olarak ve öğrencilerin eşit işaretini bir işlemin sonucu olarak gördüğünü belirtmektedirler.

Öğrenciler eşitlik problemlerinde ilişkisel bilgiye nadiren ihtiyaç duyarlar. Çoğu öğrenci önce açık kavramsal bilgiyi edinir ve ardından bu bilgiyi problemleri çözerken rehber olarak kullanır. Fakat bunun tersi de olabilir. Bu da öğrencinin deneyimine bağlı bir durumdur. Özellikle öğrenciler çözmeye ve kıyaslama stratejileri kullandıklarında ilişkisel bilgiye ihtiyaç duyabilirler. Öğrencinin hep aynı cevabı bulduğunda niçin sorusunu cevaplama, işlem yapmasına ve eşitliğin yapısındaki simetriyi görmesine işlemsel bilgi katkı sağlayacaktır. Eşittir işaretini anlama, eşitlik çözümlerini içeren problemleri çözmeye performansıyla yakından ilişkilidir (Alibali, Eric, Knuth, Hattikudur, McNeil ve Stephens, 2007).  $8+4 =$  \_ + 5 işleminde öğrenci ilk iki sayıyı toplayıp eşitliğin diğer tarafındaki sayıyı toplamdan çıkararak sonucu bulabilir. Fakat öğrenci 5 4'ten bir büyük öyleyse diğer sayı da 8'den bir küçük olmalı diyebiliyorsa ilişkisel anlama gerçekleşmiştir diyebiliriz. İlişkisel anlama ise temel aritmetik kavramları ve aritmetik işlem becerilerini de geliştirebilir (Carpenter, Levi, Franke, Zeringue, 2005). İyi problem çözen bireylere ilişkisel anlamayı gerçekleştirmişti diyebiliriz. Çünkü iyi problem çözen bireyler düzenli olarak düşünce süreçlerini takip ederler. Öğrencilerin problem çözmeye süreçlerini izlemelerini ve otomatik olarak kontrol etmelerini sağlamak için *Ne yapıyorsun? Niçin böyle düşünüyorsun?* sorularını kendi kendilerine ya da grup çalışması esnasında birbirlerine sormalarını sağlamanın faydaları olacaktır (Van De Walle, Karp ve Williams 2010). Öğretmenler öğrencilerinin düşünme süreçlerini görmek ve kendilerinin de farkına varmalarını sağlamak için *Ne? Niçin?* gibi soruları öğretme sürecine dahil edebilmelidirler. İlköğretim öğrencilerinin eşit işaretiyle ilgili kavramsal yapılarının oluşmasında ve ilişkisel anlamaların gerçekleşmesinde öğretmenlerin rolü yadsınmaz.

İlköğretim öğrencileri eşit işareti ile ilgili yapacakları her çalışmayla ileriki dönemlerde karşılaşacakları daha soyut anlam taşıyan eşitlik ifadelerine hazırlık yapabileceklerdir. Bu nedenle ilköğretimin birinci kademesinde öğrenim gören öğrencilerin eşitlik kavramı ile ilgili olarak öğrenme sürecine ait bileşenleri iyi analiz etmek gerekebilir. Analiz sürecinde öğretmen, öğrenme öğretme sürecinde kullanılan yönlendirici ve keşif sürecini hızlandırabilecek olan soru ve yapılar önem taşımaktadır. Bu noktadan hareketle yapılan bu çalışmanın amacı eşit işareti ve eşitlik kavramıyla ilgili olarak dördüncü sınıf öğrencilerinin sorulan sorulara verdikleri cevaplar ışığında düşünme süreçleri ve kullandıkları stratejileri araştırmaktır.

## YÖNTEM

Bu araştırma nitel bir çalışmadır. Kütahya ilinde bir devlet okulunun bir dördüncü sınıfından 5 öğrenci bu araştırmanın çalışma evrenini oluşturmaktadır. Çalışma evrenini belirlemede sınıf öğretmeninin belirlediği başarı düzeyi birbirine yakın ve istekli öğrencilerle çalışmak esas alınmıştır. Araştırmanın verileri nitel araştırma yönteminin veri toplama tekniklerinden görüşme tekniğiyle toplanmıştır. Sınıf öğretmeni, araştırmacı ve bir alan uzmanı tarafından literatür incelemelerinin ardından sınıf düzeyine uygun olacak şekilde sekiz sorudan oluşan bir form hazırlanmış ve bu sorular her bir öğrenciye bireysel olarak sınıf öğretmeni tarafından uygulanmıştır ve uygulamaların ses kaydı alınmıştır. Sınıf öğretmeni öncelikle eşitlik kavramı hakkında ardından bireysel görüşmelerin yapılmasında dikkat edilecek hususlar konusunda eğitilmiştir. Dokuz soruluk formun hazırlanmasında literatür taraması yapılmış ve Kieran, 1981; McNeil ve Alibali, 2005; Carpenter, Franke ve Levi, 2003 tarafından yapılan araştırmalarda kullanılan soru örnekleri temel alınarak eşit işareti ve eşitlik kavramı hakkında dördüncü sınıf öğrencilerinin sahip olduğu kavramsal yapılar incelenmiştir. Sorular kolaydan zora, basitten karmaşığa doğru, hiyerarşik bir sıra ile hazırlanmış, öğrencilerin keşif sürecine etkisini görmek, strateji kullandıklarına olanak sağlamak amacıyla soruların birbirini destekler nitelikte olması ve birbiriyle benzerlik gösterecek şekilde sıralanmasına dikkat edilmiştir.

## VERİ ANALİZİ

Analiz sürecinde bir alan uzmanı ve araştırmacı birlikte çalışmıştır. Araştırmanın verileri nitel araştırma analiz yöntemlerinden içerik analizi ile çözümlenmiştir. İçerik analizinde çeşitli aşamalar göz önünde bulundurulmalıdır. Bu aşamalar anlam içerisinde doğal birimler oluşturmak, bu birimler içerisinde sınıflamalar, kategoriler oluşturarak düzenlemeler yapma, içeriği tanımlamak için metni yapılandırmak ve verileri yorumlamaktır (Bilgin, 2006; Cohen, Manion, Morrison, 2007). Bu araştırma sürecinde öğrencilerle yapılan görüşme kayıtları tekrar tekrar araştırmacı, sınıf öğretmeni ve bir alan uzmanı tarafından dinlenmiş ve metinler oluşturulmuştur. Ortaya çıkan metinler araştırmacı ve bir alan uzmanı tarafından incelenmiş öğrencilerin konu dışındaki ifadeleri ayıklanarak asıl metin ortaya çıkarılmıştır. Verileri organize etmek amacıyla metinde her öğrencinin eşit işaretiyle ilgili düşünme süreci, verilen işlem durumlarında kullandıkları stratejiler ve öğrencilerin çözüm sürecinde yaşadıkları sıkıntıları gösteren ifadelerden tekrar bir metin oluşturulmuştur. Oluşturulan metinler her soru için ayrılmış ve tekrar her soru için analiz süreci tekrarlanmıştır. Her sorunun analizinde dikkati çeken durumlar bu kez soru metinleri halinde incelenmiştir. Sorulara ait analiz metinleri oluşturulduktan sonra ifadelerde-

ki ortak özellikler ve farklılıklar belirlenmiş veriler tekrar ayıklanmış, ilgilenilen veriler ve özellikle sıkıntı yaşanan durumları gösteren örnek ifadelerle desteklenerek analizin son adımı olan verilerin toparlanması işlemiyle analiz bitirilmiştir. Analizin son halinde soru ifadesi, soruya verilen öğrenci cevaplarından oluşan örnek ifadeler ve analiz paragrafından oluşan bir yapı oluşturulmuştur. Analiz paragrafında öğrencilerin soruyla ilgili düşünme süreçlerini, sıkıntı yaşadıkları ya da durakladıkları anları yansıtan ifadeler ile öğretmenin öğrenci iletişimine ait örnek konuşma cümleleri bulunmaktadır.

### BULGULAR

Bu bölümde oluşturulan 8 soruluk formda bulunan her soru ifadesi için oluşturulan soru ifadeleri, sorulara verilen cevapları yansıtan örnek ifadeler ve genel olarak soruya verilen cevapların ortak özelliklerine ve farklılıklarına göre oluşturulmuş analiz paragrafları yer almaktadır.

1. SORU: Aşağıdaki işlemler doğru mudur?

*Soru İfadeleri:*

$$2+5 = 7$$

$$7 = 2+5$$

$$7 = 7$$

$$2+5 = 2+5$$

$$2+5 = 5+2$$

$$2+5 = 3+4$$

*Örnek İfadeler:*

Emirhan:  $7 = 2+5$  işleminde " Tersten yapmışlar bunu. Çünkü 7 sayısı 5 ve 2'nin toplamına eşittir. Sonucu başa da yazabiliriz."

Tunahan:  $7 = 2+5$  işleminde " Eşittir' in her iki tarafında da sonucun eşit olması gerekiyor."

Hüseyin:  $7 = 7$  işleminde "7 sayısı 7 sayısına eşittir. İki sayı da aynıdır."

Genel olarak eşitliğin her iki tarafında doğru rakamlar verildiğinde öğrencilerin zorlanmadıkları görülmektedir. Yalnız "=" ifadesi işlemden önce, sonuçtan sonra ( $7=2+5$ ) geldiğinde Sena önce " Yanlış. Çünkü: 7 sayısından sonra eşittir koymuş. En sonda koymalıydı. 1. sorudaki gibi olmalıydı.  $2+5=7$  yazılmalıydı. Çünkü 5'le 2'nin toplamı 7 eder." ifadesiyle böyle bir örnekle daha önce hiç karşılaşmadığını ifade etmiştir. Öğrencilere  $2+5=3+4$  işleminin doğruluğunu hiç işlem yapmadan daha pratik bir şekilde bulabilir misiniz?' sorusu yöneltildiğinde sadece Fatmanur biraz düşündükten sonra " Evet. Burada 2 var. Eşittir' den sonra 3 var. 3, 2'den 1 fazladır. 4 de 5'ten 1 eksiktir. Yani sonuç doğrudur." Şeklinde düşünce sürecini ortaya koymuştur.

2. SORU: Aşağıdaki işlemler doğru mudur?

*Soru İfadeleri:*

$$9+5 = 14$$

$$9+ 5 = 14+0$$

$$9+5 = 0+14$$

$$9+5 = 13+1$$

*Örnek İfadeler:*

Fatmanur:  $9+5=14+0$  işleminde “ 9, 5 daha 14 eder. 14, 0 daha 14 eder. 0’ in toplamada değeri yoktur.

Emirhan:  $9+5=13+1$  işleminde “ 9, 5 daha 14 eder. 13, 1 daha da 14 eder. Sonuçlar eşit olur.”

$9 + 5 = 14$  işleminde öğretmen bu işlem doğru mudur? Diye sorduğunda tüm öğrenciler işlemin doğru olduğunu söylemişlerdir. Fakat  $9 + 5 = 14+0$  örneği verildiğinde Tunahan isimli öğrenci önce doğru, sonra “ 0 nereden geldi ya. Yanlış.” Neden yanlış diye sorulduğunda “Çünkü 9, 5 daha 14 eder. Burada 0 yazılmaz.” Şeklinde cevap vermiştir. Peki neden yazılmaz sorusuna ise “ Çünkü iki sayıyı topladıktan sonra sonuç yazılır, 0 yazılmaz” cevabını vermiştir. Öğretmen  $2 + 5 = 2 + 5$  örneğini tekrar göstererek burada eşittir’ den sonra sonucu yani 7’ yi yazmadığını, o zaman yanlış mı yazdığını sorduğunda ise “ Hayır burada aynı sayıları yazdınız. 9, 5 daha 14 eder. 14, 0 daha 14 eder. Doğruymuşşş” şeklinde düşüncesini ifade etmiştir. Aynı soruda Emirhan önce 0’ ı burada anlayamadığını daha sonra 0’ in toplamada değeri olmadığını hatırlayarak işlemin doğru olduğunu belirtmiştir. Yine Sena bu işleme önce yanlış demiştir. Neden yanlış olduğu sorulduğunda ise işlemi yapma gereği hissederek “ 9 ile 5’ i toplarsak 14 eder. 14, 0 daha da 14 eder. Doğruuu.’ Cevabını vermiştir.

3. SORU: Aşağıdaki işlemlerin doğru olabilmesi için boş kutulara hangi sayılar yazılmalıdır?

Soru İfadeleri:

$$2 + 5 = \_$$

$$7 = 2 + \_$$

$$2 + 5 = \_ + 5$$

$$2 + 5 = \_ + 2$$

$$2 + \_ = 7$$

$$\_ = 2+5$$

Örnek İfadeler:

Hüseyin:  $2+5= \_ + 5$  işleminde “ 2’ gelmelidir. Çünkü Eşittir var. O zaman sayılar aynı olmalıdır. Solda 5 var, sağda da 5 var ama sol tarafta 2 var ama sağ tarafta yok. O yüzden 2 gelmelidir.”

Tunahan:  $\_ = 2+5$  işleminde “ 7 yazılmalıdır. Çünkü 5, 2 daha 7 eder. ( Kutuyu ve eşittirden sonraki  $2+5$ ’i göstererek ) Bununla bu eşit olacak.”

$2+5= \_$  işleminde öğrenciler zorlanmamışlardır.  $7= 2+ \_$  işleminde yalnız Sena, “ 9 gelmelidir. 7 ile 2’nin toplamı 9’dur.” Öğretmenin 9 yazıldığı zaman işlem doğru olur mu sence sorusunu yöneltmesi üzerine, “ Dur doğru. Orada “=” var. 2 ile 5’ i toplayacaksın ki 7 etsin. 5 yazılması gerekir.” Burada “=” ifadesinin, anlamı sorguladığı ortaya çıkmaktadır. Yine Fatmanur isimli öğrenci  $2+5= \_ + 5$  işleminde “ 2 yazılmalıdır. 5, 2 daha 7 eder. 5’le 2’yi toplarsak 7 eder. Ayrıca “=” in bu tarafında 5 var. Öteki tarafında da 5 var. “=” in bu tarafında 2 var ama öteki tarafta yok. O halde eşit olabilmesi için 2 yazılmalıdır.” İfadesiyle kullandığı stratejiyi belirtmek istemiştir.

4. SORU: Aşağıdaki işlemin doğru olabilmesi için boş kutuya hangi sayı yazılmalıdır?

Soru İfadesi:

$$9 + 6 = \_ + 8$$

Örnek İfadeler:

Sena: " 7 yazılmalıdır. Çünkü 9 ile 6'nın toplamı 15 eder. 8 ile 7'yi toplarsak 15 olur."

Bu soruda Tunahan = 15 demiştir. Öğretmen neden 15 olur? Sorusunu yöneltince "Çünkü 9, 6 daha 15 eder. = varmış. 7 olmalı çünkü 9 ile 6 = 15 eder. 8 ile de 7'nin toplamı 15 eder. Eşit oldu şimdi." şeklinde cevap vermiştir. Çünkü cevabını sorgulamak zorunda kalmış ve doğru cevaba bu şekilde ulaşmıştır. Fatmanur ise cevabı bulurken strateji kullanmıştır. " 9'dan 1 azalmış 8 yazmış. Eşit olması için 6'ya 1 eklemeliyiz. Yani 7 yazılmalıdır." Şeklinde düşünce sürecini ortaya koymuştur.

5. SORU: Aşağıdaki işlemin doğru olabilmesi için boş kutuya hangi sayı yazılmalıdır?

Soru İfadesi:

$$45 + 24 = \_ + 44$$

Örnek İfadeler:

Emirhan: "45 ile 24' ün toplamı 69 eder. 44 ile hangi sayının toplamı 69 eder? 25' dir."

Fatmanur: " 25 yazılmalıdır. Çünkü 45'den 1 azalmış 44 yazmış. İkisinin eşit olması için 24' e 1 eklemeliyiz. Yani 25 yazılmalıdır.

Öğrencilerden 3 tanesi aynı stratejiyi kullanmıştır. Örneğin Hüseyin, " 25 yazılmalıdır. Çünkü 45' i 1 eksiltmiş 44 yazmış. Eşit olması için 24'e 1 eklemeliyiz. Bu yüzden kutu yerine 25 yazılmalıdır." Emirhan ve Sena ise toplama işlemi yapmayı tercih etmişlerdir. Sena' nın "45 ile 24' ü toplarsak 69 eder. 69' dan 44' ü çıkartırız. 25 çıkar." İşlemin çözüm sürecinde; Öğretmenin bu yolun biraz uzun olduğunu, bu işlemin daha kolay bir yolu olabilir mi sayılara şöyle bir bak bakalım demesi üzerine, Sena: "Vardır da ben bulamıyorum öğretmeniiiiimmm." Öğretmenin sayılara biraz daha bakmasını istemesi üzerine Sena: "Buldum sanırım. Burada 45 var, = den sonra ise 44 var 1 azalmış. "=" in solunda 24 var o zaman kutuyu da 1 artırırız. 25 buluruz." Öğretmenin 4. soruyu gösterip  $(9+6= \_ + 8)$  burada da aynı stratejiyi uygulayabilir misin? Sorusunu yöneltmesi üzerine ise Sena: " Hayır. Çünkü bu 1 basamaklı öteki 2 basamaklı." Öğretmenin basamak sayısı fark eder mi sorusu üzerine Sena, sayılara iyice bakarak " 9, 8 var ayyı aynı öğretmeninim. 9, 1 azalmış. O zaman 6' da 1 artmalı yani 7 olmalı." İfadesiyle stratejiyi nasıl keşfettiği görülmektedir. Burada öğretmenin " daha kolay bir yol olabilir mi?" sorusunu sormasıyla Sena' nın keşif sürecini hızlandırdığı dikkati çekmektedir.

6. SORU: Aşağıdaki işlem doğru mudur?

Soru İfadesi:

$$25 + 46 - 46 = 25$$

Örnek İfadeler:

Hüseyin: “ Doğru. Çünkü 25’ e 46 eklemiş sonra tekrar 46 çıkarmış. Sayı aynen kalmış. Bir sayıya aynı sayıyı ekleyip aynı sayıyı çıkardığımızda sonuç değişmez.”

Tunahan: “ 25 ile 46’yı toplarım 71 olur. 71’ den 46 yı çıkartırım. 25 bulurum. Doğru.”

Bu soruda öğrencilerden 2 tanesi işlem yapmayı tercih etmişlerdir. Örneğin Emirhan: “25’ile 46’nın toplamı 71 eder. 71’ den de 46 çıkartırız. 25 kalır. Doğru.” Cevabını vermiştir. 2 öğrenci ise farklı bir strateji uygulamıştır. Örneğin Fatmanur: “ Doğru. Çünkü 25’le 46’yı toplamış sonra tekrar 46 çıkarmış. Burası 0 olur. Yani sayı aynen kalır. Bir sayıya aynı sayıyı ekleyip sonra aynı sayıyı çıkardığımızda sonuç değişmez ki.” Şeklinde işlemi gerçekleştirmiştir. Yine Sena: “ Öğretmenim aynı sayılar var. “ – ”işaretini göstererek “=” in burada olması gerek. Burada toplama yapmış sonra çıkarma yapmış yanlış.” Şeklinde düşüncesini ifade etmiştir. Öğretmenin “=” işaretinden önce toplama ve çıkarmayı aynı anda kullanamaz mıyız sorusu ile Sena yine soruyu analiz etmek zorunda kalmıştır. Soruyu tekrar inceleyen Sena “25 ile 46’yı toplarız. 71 çıktı. 71’den de 46’yı çıkartırız 25 çıkar.” Sonucuna ulaşmıştır. Burada öğretmenin sorduğu soruyla Sena’yı işlemi analiz etmeye sevk etmesi, ona çözüm için yeterli zamanı tanınması ve Sena’ nun işlem yapmaya yönelmesi doğru sonuca ulaşmasında başlıca etkenlerdir.

7. SORU: Aşağıdaki işlem doğru mudur?

Soru İfadesi:

$$30 + 25 - 25 = 27$$

Örnek İfadeler:

Sena: “30 ile 25’ i toplarız 55 olur. 55’ten 25’i çıkartırız sonuç 30 çıktığı için yanlıştır.”

Fatmanur: “ Yanlış Çünkü 30’a 25 eklemiş sonra tekrar 25 çıkarmış. Sayı aynen kalmalıydı. Bir sayıya aynı sayıyı ekleyip aynı sayıyı çıkardığımızda sonuç değişmez. Sonuç 30 olmalıydı.”

Öğrencilerin hepsi de bu işlemin yanlış olduğunu, sonucun 30 olması gerektiğini belirtmişlerdir. Yalnız sorunun yanlış olduğunu 2 öğrenci hiç işlem yapmadan belirtmiştir. Örneğin Hüseyin: “ Yanlış. Çünkü burada 30 ve 25’ i toplamış. Sonra topladığı sayıyı yeniden çıkarmış. Bir sayıya aynı sayıyı ekleyip sonra yeniden aynı sayıyı çıkardığımızda sonuç değişmez. 27 değil 30 olmalıydı. Bu yüzden bu soru yanlıştır.” ifadesiyle düşünce sürecini ortaya koymuştur. Diğer üç öğrenci ise işlem yaparak yanlış olduğu sonucuna ulaşmışlardır. Örneğin Emirhan: “Çünkü 30’ a 25 eklemiş 55 olur. Sonra tekrar 25 çıkarmış. 30 olur. Yanlış bu sonuç 30 olmalıydı.” Şeklinde sorunun yanlışlığını işlem yaparak analiz etmiştir.

8. SORU: İşleminin doğru olabilmesi için a yerine hangi sayı yazılmalıdır?

Soru İfadesi:

$$13 + 8 = 11 + 7 + a$$

Örnek İfadeler:

Emirhan: “13, 8 daha 21 eder. 11, 7 daha 18 eder. Eşit olması için 21’ den 18 çıkartırız. 3 yazılmalıdır.”



Hüseyin: "13, 8 daha 21 eder. 11, 7 daha 18 eder. 18' den 21' e kadar sayarak da 3 olduğunu bulabiliriz."

Farklı bir strateji uygulayan olmamıştır. Örneğin, "“=” in solunda 13 var sağında ise 11 var. Sayı 2 azalmıştır. Yine “=” in solunda 8 var. Sağında ise 7 var sayı 1 azalmış. “=” in sağındaki sayılar toplam 3 azalmış. O halde “a” yerine 3 yazarsak her iki taraf da eşitlenir." 4 öğrenci de sorunun cevabına işlem yaparak ulaşmışlardır. Örneğin Tunahan: "13, 8 daha 21 eder. 11, 7 daha 18 eder. Eşit olması için 3 yazılmalıdır." Şeklinde işlemi gerçekleştirmiştir. Yine Sena: "13, 8 daha 21 eder. 11, 7 daha 18 eder. 21 ile de 18' i toplarız." Cevabını vermesi üzerine öğretmenin Neden toplarız, “=” ne anlama geliyor-du? sorularını yönelmesi üzerine Sena: " Her iki tarafın da eşit olması. Haa eşit olması için 18'den 21'e kadar sayarak 3 olduğunu bulabiliriz." cevabını vermiştir. İşlemin çözüm sürecinde Sena'nın “=” işaretinin her iki tarafın da eşit olması anlamına geldiğini hatırlamasıyla işlemin çözüm yolunu fark edebilmiştir. Öğretmenin neden toplarız, “=” ne anlama geliyordu? sorularını yöneltmesi ise Sena'nın “=” işaretinin anlamını hatırlamasına yardımcı olmuş ve Sena' yı “=” kavramı üzerinde yoğunlaştırıp, işlemin çözümünü gerçekleştirmesini hızlandırdığı dikkati çekmektedir.

9. SORU: İşleminin doğru olabilmesi için a yerine hangi sayı yazılmalıdır?

Soru İfadesi:

$$347 + 248 + a = 372 + 246$$

Örnek İfadeler:

Sena: 347 ile 248' i toplarız 595 olur. 372 ile de 246'yı toplarız 618 olur. 618' den 595' i çıkartırız. 23 buluruz.

Tunahan: " 347 ile 248'i toplarız. 372'nin üstüne de 246'yı ekleriz. 2. topladığımız sayıdan 1. topladığımız sayıyı çıkartarak “a”yı buluruz. Sonuç 23'tür."

Bu soruda öğrencilerin hepsi de işlemin doğru olabilmesi için “a” yerine yazılacak sayıyı işlem yaparak 23 doğru cevabına ulaşmışlardır. Örneğin Fatmanur "347 ile 248' i toplarız. 372 ile de 246' yı toplarız. 2. topladığımız sayıdan 1. topladığımız sayıyı çıkartarak a' yı buluruz. Sonuç 23' tür." Şeklinde sorunun doğru cevabına ulaşmıştır. Yalnız, Hüseyin işlemi farklı bir strateji kullanarak doğru sonuca ulaşmıştır. "300 ile 200 ü toplarız 500 olur. 40 ile 40 ı toplarız 80 olur. 7 ile 8 i toplarız 15 olur. Hepsi 595 eder. Sonra 300 ile 200 toplarız 500 eder. 70 ile 40 ı toplarız 110 eder. 500 ile 110 u toplarız 610 eder 2 ile 6 da 8 eder sonuç 618 olur. 618' den 595 çıkarırız 23 buluruz." şeklinde düşünce sürecini ortaya koymuştur.

## SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu çalışmanın amacı ilköğretim 4. sınıf öğrencilerinin eşitlik kavramı ile ilgili işlem yapma becerilerini, bu işlemlerin çözümünde kullanılan stratejiler hakkındaki düşünce süreçlerini ortaya koymaktır.

Birinci soruda öğrencilerin genellikle işlem yapmayı tercih etmeleri, kavramsal bilginin gelişmediği sonucunu doğurmuştur. En önemli kavram yanlışlığı işlemin sonucu başta verildiğinde öğrencilerin işlemin yanlış olduğunu belirterek eşittir işaretinden sonra sonuç yazılacağını belirtmeleridir. Matematik öğretiminde hem kav-

ramsal bilginin hem de işlemsel bilginin önemli bir yeri vardır. Ancak öğrencilerin  $7=3+4$  işlemiyle daha önce hiç karşılaşmadıklarını belirtmeleri ve bu işlemin yanlış olduğunu ifade etmelerinden matematik öğretim süreçlerinde daha çok işlemsel bilgi üzerinde durulduğu, kavramsal bilginin göz ardı edildiği sonucuna ulaşılmıştır. Araştırmada  $2+5=3+4$  işleminin doğruluğunu hiç işlem yapmadan daha pratik bir şekilde bulabilir misiniz? sorusu öğrencilerin farklı bir strateji uygulamasında etken olmuştur.

İkinci soruda yine öğrencilerin işlemsel bilgiyi kullandıkları görülmüştür.  $9+5 = 14+0$  örneğinde öğrencilerin 0 sayısının işlemdeki değerinin farkına varılmasında zorlandığı ve işlemden sonra sonuç yazılması gerektiğini belirtmeleri daha önce böyle bir örnekle karşılaşmadıklarının göstergesidir. *Neden 0 yazılmaması gerektiği sorusu ise öğrencilerin soruyu tekrar analiz edip, işlemsel bilgiyi kullanarak 0 sayısının toplama işleminde sonuca herhangi bir etkisinin olmadığını saptamalarında ve işlemin doğruluğunu kabul etmelerinde en önemli etken olduğu görülmüştür.*

Üçüncü soruda öğrencilerin zorlanmadıkları görülmüştür. Ancak yine  $7=2+ \_$  işleminde öğrencilerin kavram yanlışlığına düştükleri ve 9 sayısının yazılması gerektiğini belirtmeleri öğrencilerde kavramsal bilginin gelişmediğinin bir göstergesidir. Yine Öğretmenin 9 yazıldığı zaman işlem doğru olur mu sence sorusu öğrencilerin soruyu tekrar analiz etmelerinde ve eşittir işaretini fark etmelerinde ve keşif sürecini hızlandırılarak kavramsal bilgiye ulaşılmasındaki rolü kayda değerdir.

Dördüncü soruda bazı öğrencilerin “ 9’dan 1 azalmış 8 yazmış. Eşit olması için 6’ya 1 eklemeliyiz. Yani 7 yazılmalıdır.” şeklindeki ifadeleri eşittir işaretinin, eylemden ziyade işlemsel bir ilişkiyi ifade ettiği bilgisini kazandıklarının bir sonucudur. Bazı öğrencilerde ise kavram yanlışlarının devam ettiği görülmüştür.  $9+6 = \_ + 8$  işleminde öğrencilerin 15 cevabını vermeleri eşittir işaretinin, eylemden ziyade işlemsel bir ilişkiyi ifade ettiğinin farkına varamamalarının bir sonucu olabilir. Yine, 15 yazdığımızda işlem doğru oldu mu sence sorusu öğrencilerin soruyu tekrar analiz edip, eşittir işaretinin işlemdeki görevini fark etmelerinde ve işlemsel becerilerini geliştirmelerinde etkin bir rol oynamıştır.

Beşinci soruda çoğu öğrencinin eşitlik işaretinin eylem belirten bir ifade değil de, işlemler arasındaki ilişkiyi ifade ettiği düşüncesinin geliştiği  $45+24 = \_ + 44$  sorusunda öğrencilerin “ 25 yazılmalıdır. Çünkü 45’ i 1 eksiltmiş 44 yazmış. Eşit olması için 24’e 1 eklemeliyiz. Bu yüzden kutu yerine 25 yazılmalıdır.” ifadesinden anlaşılmaktadır. Ancak bazı öğrenciler işlemsel bilgiyi kullanmada ısrarcı davranmaktadırlar. *Öğretmenin bu yolun biraz uzun olduğunu, bu işlemin daha kolay bir yolu olabilir mi sayılara şöyle bir bak bakalım demesi yine öğrencilerin farklı bir strateji uygulamalarında ve eşittir işaretinin işlemler arasındaki ilişkiyi ifade ettiğinin farkına varılmasında etken bir rol oynamıştır.*

Altıncı soruda ( $25+ 46- 46=25$ ) öğrencilerin işlemsel bilgiyi kullanarak işlemin doğruluğunu kabul ettikleri saptanmıştır. Sena’nın (-) işareti yerinde (=) işaretinin olması gerektiği düşüncesinin ise daha önce böyle bir soru ifadesiyle karşılaşmadığını ve bu soru ifadesinin kendisinde kavramsal bir kargaşaya sebep olduğunu ortaya koymaktadır. Öğretmenin “=” işaretinden önce toplama ve çıkarmayı aynı anda kullanamaz mıyız? sorusu öğrencilerin soru üzerinde tekrar düşünüp işlemsel bilgiyi

kullanarak işlemin doğruluğunu kabul etmelerinde, keşfetme süreçlerinin hızlanmasında etken bir rol oynamaktadır. Yedinci soruda verilen benzer ifadede (  $30+25-25 = 27$  ) öğrencilerin sonucun 30 olması gerektiğini, işlemin yanlış olduğunu belirtmelerinde ise bir önceki soruyla benzerliğin, öğrencilerin daha rahat bir çözüm süreci yaşamalarında etkili olduğu sonucunu düşündürebilir.

Sekizinci soruda (  $13+8 = 11+7+a$  ) öğrencilerin işlemsel bilgi yoluyla doğru sonuca ulaştıkları görülmüştür. Ancak yine bazı öğrencilerin işlemdeki bütün sayıları toplayıp sonuç olarak belirtmeleri kavram yanlışlarının devam ettiğinin bir göstergesidir. Yine öğretmenin *neden toplarız, "=" ne anlama geliyordu?* sorusu öğrencilerin eşittir işaretinin işlemsel bir ilişkiyi ifade ettiğini hatırlayarak doğru sonuca ulaşmalarında etken bir rol üstlenmektedir. Son soruda öğrencilere benzer bir soru ifadesi verilmiş (  $347+248+a = 372+246$  ) ve öğrencilerin çözüm sürecinde strateji kullanarak işlemsel bilgiyi etkin olarak kullandıkları dikkati çekmektedir.

Özetle öğrencilerin eşitlik işaretinden sonra hemen sonucun geleceğini, bütün sayıların toplanacağını, eşittir işaretinden sonra sonucun yanında sıfırın bulunamayacağı, eşittir işaretinden önce toplama ve çıkarmanın aynı anda yapılamayacağını düşünmeleri, işlem yaparken strateji kullanmakta güçlük yaşadıklarını görülmektedir.

Sonuç olarak bu araştırma, öğrencilerin eşit işaretini, ilişkisel bir kavram değil de sonuç belirten bir kavram olarak algıladıklarını ortaya çıkarmaktadır. Eşittir işaretine yönelik kavram yanlışlarının nedeni olarak; öğrencilerin daha çok işlemsel bilgiye dönük eğitim aldıkları ve işlemsel bilgi gerektiren sorularla karşılaştıkları söylenebilir. En önemli nedeni ise öğrencilerin işlemsel bilgi ile kavramsal bilgiyi ilişkilendirememeleri olarak düşünülmektedir. İşlem sırasında sorulan *Neden? Nasıl? Daha farklı nasıl sonuca ulaşılabilir? Daha kolay bir yolu olabilir mi? gibi* soruların, öğrencilerin keşif sürecini hızlandırdığı, öğrencileri soruyu tekrar analiz etmek zorunda bıraktığı, çözüme dönük farklı stratejiler geliştirmelerinde en önemli etken olduğu tespit edilmiştir. Ayrıca soruların kolaydan zora, basitten karmaşığa doğru, hiyerarşik bir sıra ile hazırlanması, soruların birbirini destekler nitelikte olması ve birbiriyle benzerlik göstermesi öğrencilerin hata yapmalarını engellemede, farklı strateji ortaya koymayı desteklemede, öğrencileri cesaretlendirmede ve eşittir kavramının bir eylemden öte işlemler arasındaki ilişkiyi ifade ettiğini kavramalarında oldukça önemli olduğu sonucuna varılabilir.

Öğrencilerin eşitlik kavramıyla ilgili yanlışları ilköğretimin 1. kademesinde tespit edilmeli ve bu yanlışları ortadan kaldırıcı tedbirler alınmalıdır. Tedbir alınmadığı takdirde öğrencilerin cebir konularına geçişte güçlük yaşamaları, matematikteki akademik başarılarının düşmesi ve matematiğe karşı olumsuz tavır sergilemelerinin kaçınılmaz olacağı düşünülmektedir. Kavram yanlışlarını önlemek için matematik öğretiminde işlemsel beceri ile ilgili çalışmaların yanı sıra kavramsal becerileri ortaya çıkarma ve arttırma amaçlı etkinliklerin düzenlenmesi, bu konudaki sıkıntıları gidermede faydalar sağlayabilecektir. Ayrıca konu ile ilgili hazırlanan etkinliklerin kolaydan zora, basitten karmaşığa doğru, hiyerarşik bir sıra ile hazırlanması, soruların birbirini destekler nitelikte olması ve birbiriyle benzerlik göstermesi öğrencilerin hata yapmalarını engellemede, farklı strateji ortaya koymayı desteklemede, öğrencileri cesaretlendirmede ve eşittir kavramının bir eylemden öte işlemler arasındaki ilişkiyi ifade ettiğini kavramalarında fayda sağlayabilecektir.

**Kaynakça**

- Alibali M. W., Eric J. Knuth E.J., Hattikudur S., McNeil N.M., Stephens A.C. (2007). Longitudinal Examination of Middle School Students' Understanding of the Equal Sign and Equivalent Equations. *Mathematical Thinking And Learning*, 9(3), 221-247
- Bilgin, N. (2006). *Sosyal Bilimlerde içerik analizi, teknikler ve örnek çalışmalar*. Ankara: Siyasal Kitabevi.
- Carpenter T.P., Franke M.L., Levi L. (2003). *Thinking Mathematically: Integrating Arithmetic & Algebra*. Heineman. USA
- Carpenter T.P., Levi L., Franke M.L., Zeringue J.K. (2005). Algebra in Elementary School: Developing Relational Thinking. *ZDM*. Vol. 37 (1), 53-59
- Carraher D.W., Schliemann A.D., Brizuela B.M., Earnest D. (2006). Arithmetic and Algebra In Early Mathematic Education. *Journal for Research in Mathematic Education*, 37(2), 87 -115
- Cohen L., Manion L., Morrison K. (2007). *Research Methods In Education*. Routledge. Newyork: USA
- Peled I. and Segalis B. (2005). It's Not Too Late to Conceptualize: Constructing a Generalized Subtraction Schema by Abstracting and Connecting Procedures. *Mathematical Thinking And Learning*, 7(3), 207-230
- Jacobs V. R., Franke M.L., Carpenter T.P., Levi L., Battay D. (2007). Professional Development Focused on Children Algebraic Reasoning in Elementary School. *Journal For Reasoning in Mathematic in Elementary School*, 38(3), 258 - 288
- Kieran, C. (1981). Concepts associated with the equality symbol. . , 317-326
- Lima R.N. and Tall D. (2008). Procedural Embodiment and magic in linear equations. *Educational Studies In Mathematics*, 67, 3-18
- McNeil N.M. (2008). Limitations To Teaching Children  $2+2+=4$ : Typical Arithmetic Problems Can Hinder Learning Of Mathematical Equivalence. *Child Development*, 79(5).
- McNeil N.M. and Alibali M.W. (2005). Knowledge Change as a Function of Mathematics Experience: All Contexts are Not Created Equal *Journal Of Cognition And Development*, 6(2), 285-306.
- Tirosh, D. (2000). Enhancing prospective teachers' knowledge of children's conceptions: The case for division of fractions. *Journal for Research in Mathematics Education*, 31(1), 5-25.
- Van de Walle, J., Karp, K. S., Bay-Williams, J. M. (2010). *Elementary and middle school mathematics; Teaching developmentally*, (7th ed.). Boston, MA: Allyn ve Bacon.
- Von Glaserfeld E. (1991). *Richard John Mathematical Discussion Radical Constructivism in Mathematics Education*. Kluwer Academic Puplishers: Netherlands. 31
- Yaman H. Toluk Z. Olkun Z. (2003) İlköğretim Öğrencileri Eşit İşaretini Nasıl Algılamaktadırlar?. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi* 24 : 142-151

## AN INVESTIGATION OF HOW FOURTH GRADE STUDENTS PERCEIVE EQUAL SIGN

Özlem DOĞAN TEMUR\*

Gökhan SANCAK\*\*

### Abstract

As a concept equal sign has an important role in the formation and development of mathematical thinking. This qualitative research investigates fourth grade students' ideas about equal sign and aims to study the thinking processes and strategies used by these students as they work on the given equations. Research has been done in a public school with the participation of five students and content analysis method has been used to analyze the obtained data. At the end of the study, students' beliefs, that immediately after equal sign a result will follow; all the numbers before the equal sign will be added, after equal sign there cannot be a zero next to the result, before equal sign addition and subtraction cannot be done at the same time, shows that students experience difficulties using strategies while doing operations. It has been observed that questions like "Why? How? How can the result be reach from a different way? Is there an easier way?" asked during operations accelerate student's exploration process, force students to reevaluate the questions and encourage them to develop different strategies towards the solution. It also has been observed that organizing the questions hierarchically from easy to difficult; simple to complex and formulating them with supportive properties and similar trades with each other prevents students from making mistakes and aid students to utilize different strategies and encourage them.

**Key Word:** Mathematic Teaching, elementary, equal sign, fourth grade

\* Yrd.Doç.Dr.; Dumlupınar University

\*\* Primary School Teacher